Consideraciones generales sobre formas de onda, distorsión, energía, potencia, factor de potencia y eficiencia.

Dada una señal periódica, x(t), de período T, su valor promedio se define como:

$$X_{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T x(\tau)d\tau = \overline{X}$$

y su valor rms se define como:

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(\tau)^2 d\tau}$$

La potencia instantánea en cualquier elemento circuital es:

$$p(t) = v(t)i(t)$$

La potencia promedio de dicho elemento es:

$$P_{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T p(\tau)d\tau = \frac{1}{T}\int_0^T v(\tau)i(\tau)d\tau$$

La energía en un elemento (acumulada o disipada)

$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(\tau)d\tau$$

Por lo que la potencia promedio también se puede calcular como:

$$P = \frac{E}{T}$$

En el caso de una fuente ideal de voltaje constante, V_{DC}, se cumple:

$$P_{DC} = \frac{1}{T}\int_0^T v(\tau)i(\tau)d\tau = V_{DC}\left[\frac{1}{T}\int_0^T i(\tau)d\tau\right] = V_{DC}\bar{I}$$

Esto es, la potencia promedio entregada por una fuente de voltaje DC es el producto de su tensión nominal por la corriente promedio que circula por ella.

Un razonamiento equivalente permite concluir que la potencia promedio entregada por una fuente ideal de corriente constante de valor I_{DC} es el producto de su corriente nominal por la tensión promedio aplicada entre sus terminales.

El valor efectivo, llamado también "rms" de una forma de onda de voltaje o de corriente se calcula en base a la potencia promedio que la forma de onda puede entregarle a una resistencia.

Por supuesto, una señal de voltaje V_{DC} entrega una potencia promedio dada por:

$$P = \frac{V_{DC}^2}{R} = \frac{V_{ef}^2}{R}$$, donde: $V_{DC}=V_{ef}$.

Y una de corriente I_{DC} entrega una potencia promedio dada por,

$$P = I_{DC}^2 R = I_{ef}^2 R$$, donde: $I_{DC}=I_{EF}$.

Aplicando esta definición a formas de onde de voltaje y corriente periódicas genéricas resulta:

1.-Voltaje eficaz o rms:

$$V_{rms} = V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int v(t)^2 dt}$$

2.-Corriente eficaz o rms:

$$I_{rms} = I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int i(t)^2\,dt}$$

En presencia de armónicas, los valores eficaces resultan:

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_{n,rms}^2}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{n,rms}^2}$$

Potencia, caso multi-frecuencial genérico

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n sen(n\omega_f t + \theta_n)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n sen(n\omega_f t + \phi_n)$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)i(t)dt$$

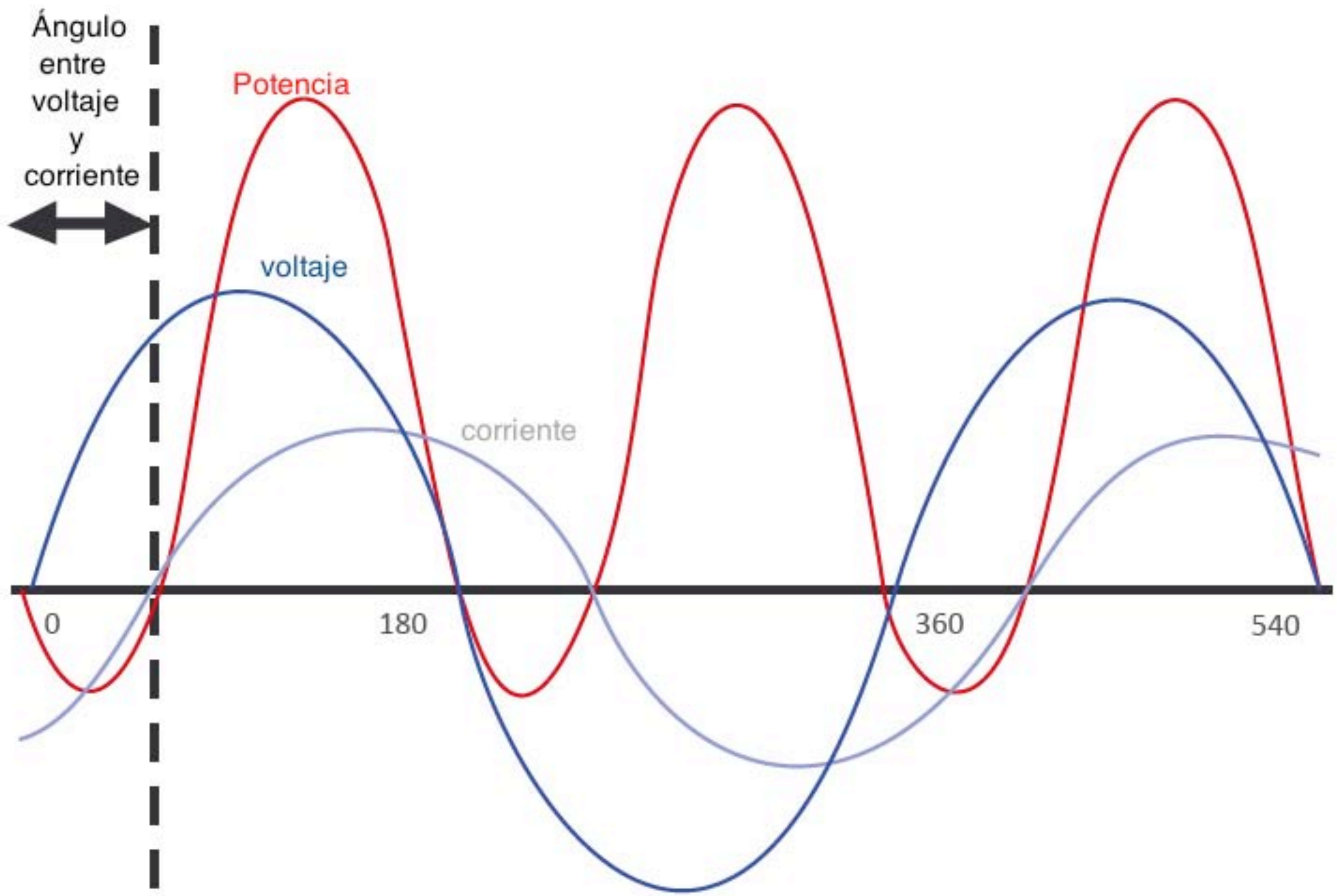
Pero como la integral del producto de dos funciones sinusoidales de distinta frecuencia es nulo, la multiplicación de las funciones de voltaje y corriente resulta

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P_n = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{n,rms} I_{n,rms} \cos(\theta_n - \phi_n)$$

En un circuito que opera en el régimen sinusoidal permanente con una frecuencia ω, la potencia total entregada al circuito es:

$$P_{total} = V_{rms} I_{rms} e^{j\phi}$$

donde ϕ es el ángulo de fase entre el voltaje y la corriente.



Potencia, voltaje y corriente instantáneos en un sistema mono-frecuencial.

Si se define la "potencia aparente", S, como:

$$S = V_{rms} I_{rms}$$

Se cumple:

$$P_{total} = S e^{j\phi}$$

Agrupando los términos real e imaginario de la potencia total, se tiene:

$$P_{total} = P + jQ$$

Donde el término P es la potencia promedio disipada en el circuito, medida en vatios (W), que se puede calcular como:

$$P = S \cos\phi = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

El término Q es la potencia reactiva, almacenada en los elementos reactivos del circuito, medida en voltamperios reactivos (VAR), se puede calcular como:

$$Q = S \operatorname{sen} \phi = V_{rms} I_{rms} \operatorname{sen} \phi$$

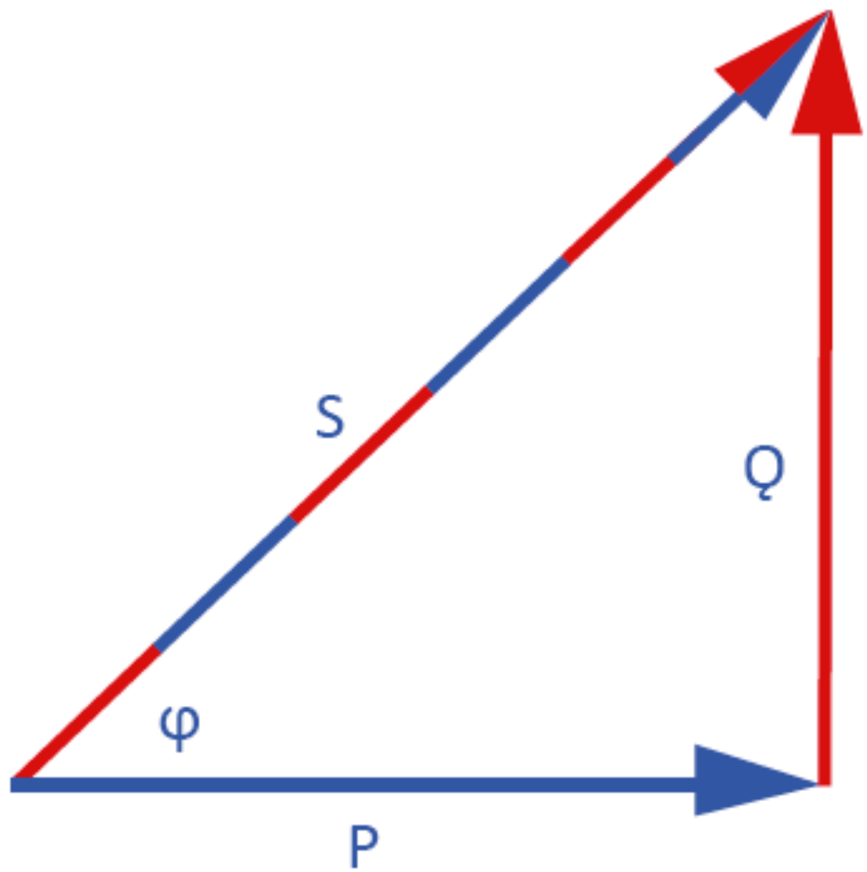
De donde además se cumple:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

En el sistema mono-frecuencial, el factor de potencia (PF) se define como el cociente entre la potencia real y la potencia aparente en el circuito:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \cos \phi$$

Estas relaciones suelen presentarse en forma gráfica como el triángulo de las potencias.



Triángulo de las potencias en el sistema mono-frecuencial

La corriente rms tomada de la fuente, I_{rms}, es:

$$I_{rms} = \frac{P}{V_{rms} PF}$$

Por lo tanto el valor rms de la corriente en el sistema de alimentación es inversamente proporcional al factor de potencia de la carga, cuando la potencia eficaz y la tensión permanecen constantes.

Las pérdidas óhmicas de distribución, P_d, son:

$$P_d = I_{rms}^2 R_d$$

Donde R_d es la resistencia de la línea de distribución.

Como las pérdidas de distribución son proporcionales al cuadrado del valor rms de la corriente en la línea, y esta es inversamente proporcional al factor de potencia de la carga, para minimizar las pérdidas y aumentar la eficiencia las compañías eléctricas buscan que el factor de potencia de los usuarios sea lo mas cercano a 1 posible, y penalizan a los consumidores importantes cuyo factor de potencia es bajo, por hacer mal uso de la capacidad instalada.

Mantener el factor de potencia del equipo lo mas cerca posible del unitario ideal es un objetivo implícito en el diseño de un conversor electrónico de potencia.

Como ejemplo a nivel del usuario final, se puede considerar el caso de un enchufe estándar de pared, alimentado con la tensión nominal de 120Vrms y capaz de entregar hasta 15A rms (valor limitado por norma por el interruptor local de sobre corriente (breaker térmico).

Si a ese enchufe se conecta una carga electrónica “estándar” cuya fuente de alimentación tiene como etapa de entrada es un rectificador puente, y se desea mantener un margen de seguridad del 20% para evitar disparos accidentales de la protección, se tiene que la potencia máxima obtenible de la línea AC en estas condiciones es:

Tensión de alimentación: 120Vrms.

Factor de uso: 80%

Factor de potencia del rectificador de onda completa: 0,55

Eficiencia del puente: 0,98 (valor típico)

La potencia que puede obtenerse a la salida del rectificador es:

P= 120Vrms*0,8*15Arms*0,55*0,98=776W.

Y la corriente en la línea será 12Arms (15Arms*0,8)

Si se usa una configuración correctora del factor de potencia (PFC), la eficiencia del circuito rectificador se reduce al 0,93 (valor típico), pero el factor de potencia sube a 0,99 y la potencia obtenible será:

P= 120Vrms*0,8*15Arms*0,99*0,93=1325W.

Si la carga efectivamente requiere 776W, entonces la corriente en la línea será:

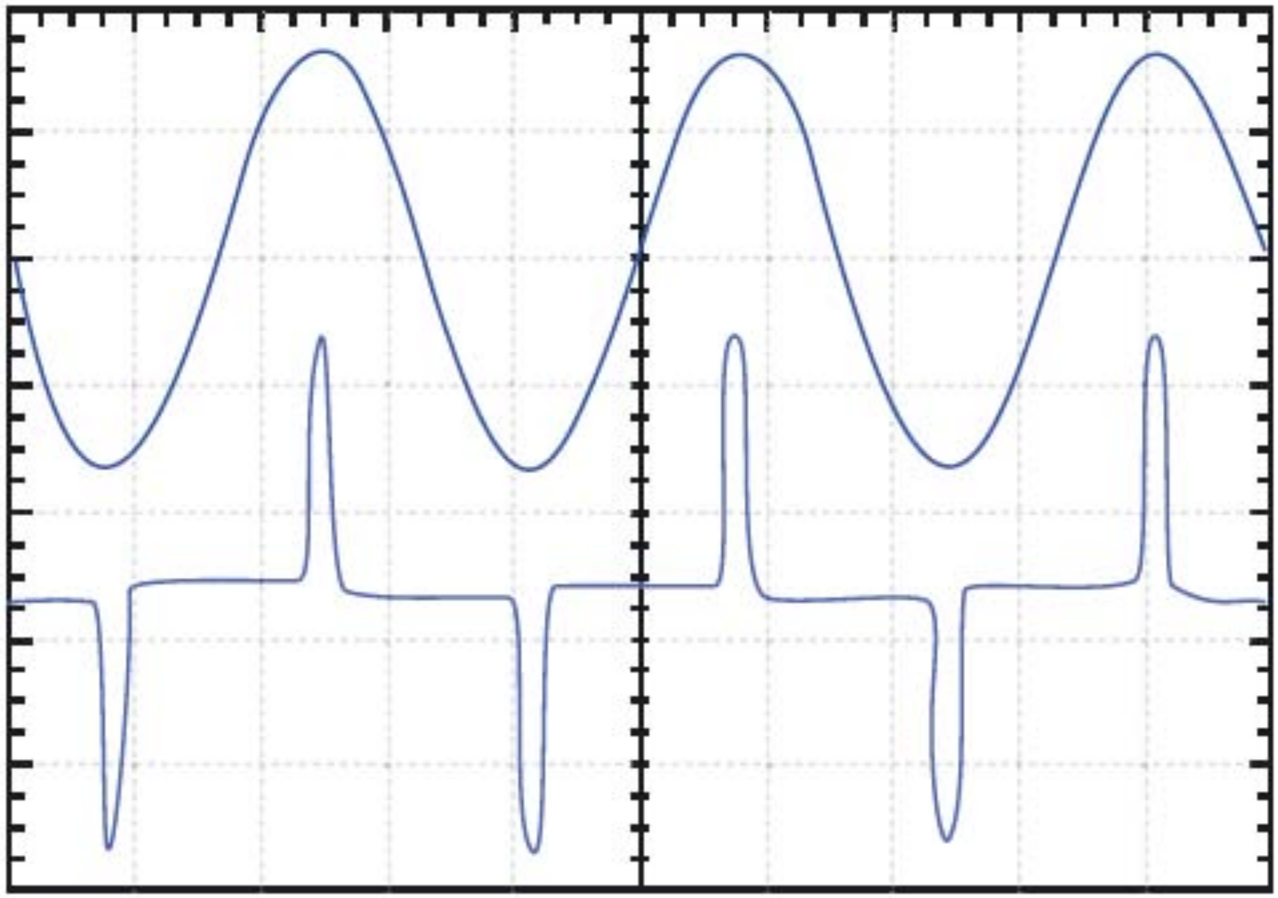
Il_{rms}= 776W/(120V*0,8*0,99*0.93)=8,77Arms.

Lo que representa una reducción del 26,9% en la corriente transmitida, y del 46,56% en las pérdidas de transmisión.

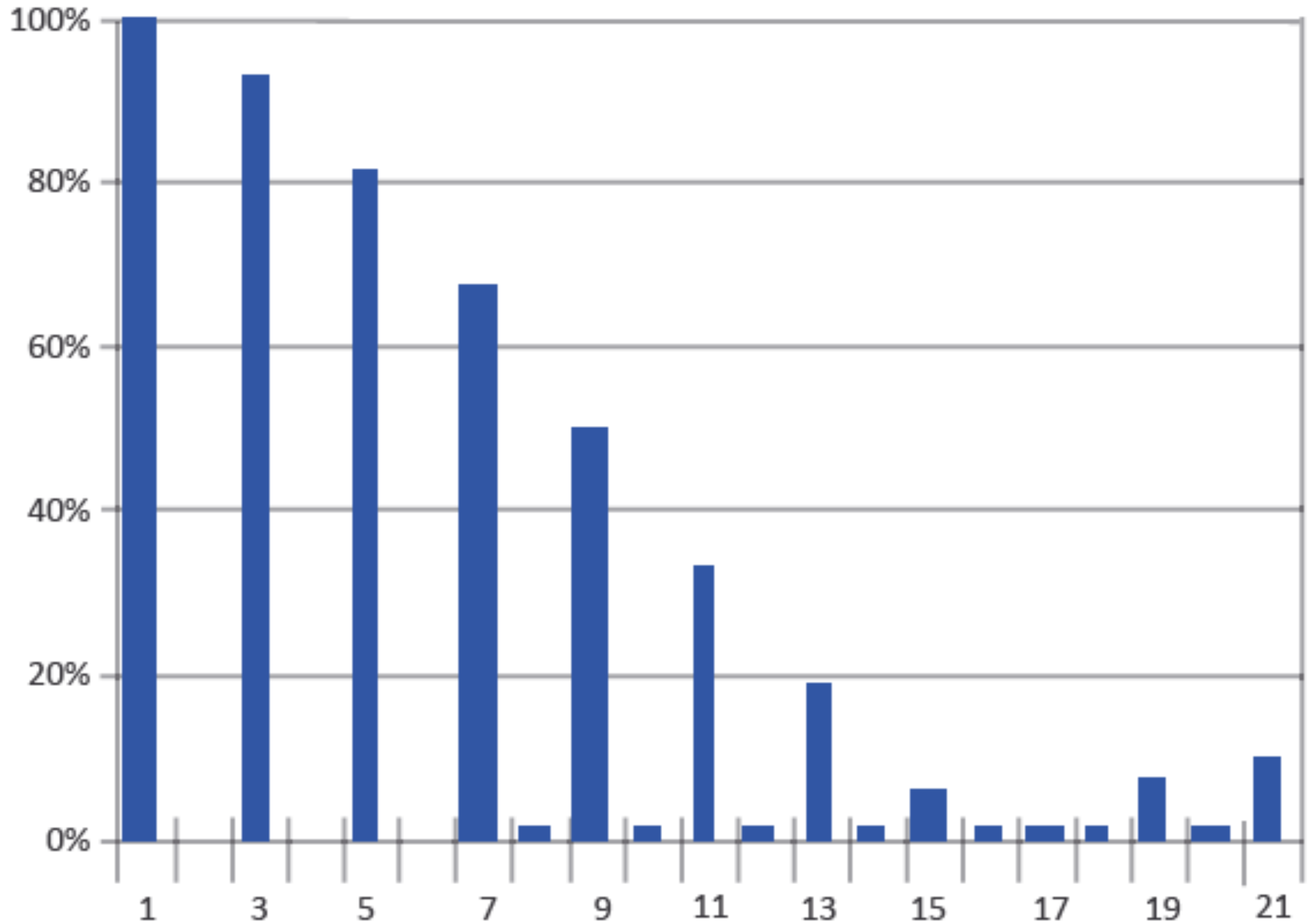
Generación de armónicas.

Aunque el resto del circuito sea completamente lineal, los dispositivos electrónicos de control de potencia que operan en corte/saturación introducen discontinuidades no lineales tanto en la forma de onda de la corriente que circula en el lazo fuente primaria de energía-conversor-carga como en la forma de onda de tensión aplicada a la carga.

Esto ocurre incluso en los circuitos mas simples, como es el caso del rectificador puente con filtro capacitivo común a prácticamente todas las fuentes de alimentación DC alimentadas desde la línea AC.



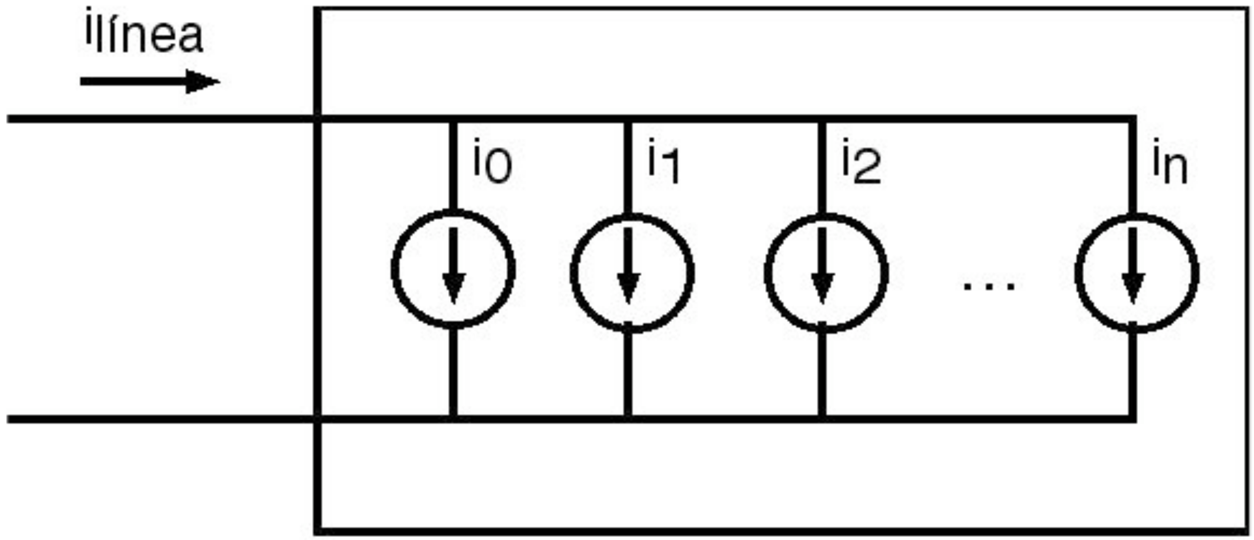
Forma de onda de voltaje línea-neutro (arriba) y de corriente de línea (abajo), medidas a la entrada de una fuente de alimentación DC.



Espectro armónico de la corriente de línea (amplitudes normalizadas vs. número de armónica).

Este efecto puede modelarse como la generación en el conversor de componentes armónicos de corriente y de voltaje.

Las armónicas de corriente son emitidas por el conversor, y circulan por todo el sistema, tanto hacia la carga como hacia la fuente primaria de energía, contaminando la forma de onda de la fuente principal de energía y afectando a otros usuarios, por lo que las normativas incluyen límites a la inyección de armónicas en las líneas AC de alimentación.



Modelo genérico del conversor de potencia como inyector de corrientes armónicas en la línea.

La necesidad de cumplir con estas normativas obliga a determinar el contenido armónico generado y, si se supera el límite, incluir en el conversor de potencia filtros que eliminen el exceso.

Las normativas generales a nivel internacional sobre la inyección de armónicas son:

1.1.-International Electrotechnical Commission (ICE) Standar 555, clases A y B, cargas balanceadas hasta 16Arms a 50 ó 60Hz, 120v a 240V rms.

Armónicas impares		Armónicas pares	
Número de armónica	Corriente máxima	Número de armónica	Número de armónica
3	2,3	2	1,08
5	1,14	4	0,43
7	0,77	6	0,30
9	0,4	$8 \leq n \leq 40$	8/n
11	0,33		
13	0,21		
$15 \leq n \leq 39$	15/n		

1.2.-International Electrotechnical Commission (ICE) Standar 555, clase C, luminarias de 25 a 600W, a 50 ó 60Hz, 120v a 240V rms.

Número de armónica	Corriente máxima, % de la fundamental
2	2
3	(30%)*(factor de potencia)
5	10
7	7
9	5
$11 \leq n \leq 39$	3

1.3.-International Electrotechnical Commission (ICE) Standar 555, clase D, cargas tipo rectificador monofásico completamente controlado 16Arms a 50 ó 60Hz, 120v a 240V rms.

Armónicas impares			Armónicas pares		
Número de armónica	Límete relativo (mA/W)	Límite absoluto (A)	Número de armónica	Límete relativo (mA/W)	Límite absoluto (A)
3	3,6	2,3	2	1,0	0,3
5	2,0	1,14	4	0,5	0,15
7	1,5	0,77			
9	1,0	0,4			
11≤n≤39	0,6*(11/n)	0,33			

2.-IEEE/ANSI Estándar 519. Valores máximos de las armónicas impares de corriente para los sistemas generadores de distribución, de 120V a 69kV.

I_{SC}/I_L	n<11 (%)	11≤n≤17 (%)	17≤n≤23 (%)	23≤n≤35 (%)	35≤n (%)	THD (%)
<20	4	2	1,5	0,6	0,3	5
20-50	7	3,5	2,55	1	0,5	8
50-100	10	4,5	4	1,5	0,7	12
100-1000	12	5,5	5	2	1	15
>1000	15	7	6	2,5	1,4	20

I_{SC}: corriente de corto circuito en el punto de conexión, I_L, corriente de carga.

Análisis de la distorsión de corriente.

En una onda arbitraria $i_s(t)$, se define el “componente de distorsión”, $i_d(t)$ como:

$$i_d(t) = i_s(t) - i_{s1}(t)$$

donde $i_{s1}(t)$ es el componente de frecuencia fundamental de la señal $i_s(t)$, e $i_d(t)$ contiene todas las armónicas no deseadas (ruido o distorsión).

Si se trabaja en un sistema que debería ser DC, la "componente fundamental" es por definición la "armónica 0" del análisis de Fourier de la onda.

Si se trabaja en un sistema que debería ser mono-frecuencial (la "línea AC"), la "componente fundamental" es por definición la componente de la frecuencia nominal de la línea, 60Hz en Venezuela.

En aplicaciones AC, la no linealidad del sistema conversor puede a veces generar componentes armónicos de frecuencia inferior a la "fundamental", adicionales al componente DC; estos componentes suelen llamarse "sub-armónicas".

El valor RMS de la señal $i_s(t)$, I_s, es:

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_s(\tau)^2 d\tau}$$

donde:

$$i_s^2(t) = i_{s1}^2(t) + i_d^2(t) + 2i_1(t)i_d(t)$$

pero:

$$\int_0^T f_{h1}(\tau) f_{h2}(\tau) d\tau = 0 \text{ si } h_1 \neq h_2$$

luego:

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_{s1}(\tau)^2\,d\tau + \frac{1}{T}\int_0^T i_d(\tau)^2\,d\tau}$$

esto es:

$$I_s = \sqrt{I_{s1}^2 + I_d^2}$$

donde la componente RMS fundamental, I_{s1}, es:

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_{s1}^2(\tau)\,d\tau}$$

Y la componente RMS de distorsión, I_d, es:

$$Id = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_d^2(\tau)\,d\tau}$$

En base a esto se puede definir el índice de distorsión harmónica total en porcentaje (%THD) como:

$$\%THD = 100\,\frac{I_d}{I_{s1}}$$

ó también:

$$\%THD = 100\,\frac{\sqrt{I_s^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}}$$

Por supuesto el valor de la componente RMS de distorsión, I_d, también es:

$$I_d = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_{sh}^2}$$

Donde los componentes I_{sh} son los valores RMS de componentes harmónicos calculados descomponiendo en serie de Fourier la señal $i_s(t)$.

En la práctica este valor puede ser aproximado tomando en cuenta los componentes más importantes (los de mayor amplitud) de la serie.

Componente de distorsión de voltaje.

En una onda arbitraria $v_s(t)$, se define el "componente de distorsión", $v_d(t)$ como:

$$v_d(t) = v_s(t) - v_{s1}(t)$$

donde $v_{s1}(t)$ es el componente de frecuencia fundamental de la señal $v_s(t)$; todas las ecuaciones desarrolladas en el análisis de la distorsión de corriente tienen su dual si lo que se considera es la distorsión de voltaje.

Dada la naturaleza no lineal de los dispositivos electrónicos de control de potencia, y el estado actual de la tecnología lo usual es que se considere una alimentación de voltaje proporcionada por una fuente ideal que, en teoría, debe tener 0 impedancia de salida (impedancia de Thèvenin).

El factor de desplazamiento (DF).

Suponiendo que la alimentación, $v_s(t)$, es una sinusoide ideal de voltaje, con un valor RMS de V y una frecuencia f_s, la potencia tomada por la carga es:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T v_S(\tau) i_S(\tau) d\tau = \frac{1}{T}\int_0^T v_S(\tau) i_{S1}(\tau) d\tau$$

esto es:

$$P = V_S I_{S1} \cos\phi_1$$

Definiendo el “factor de potencia de desplazamiento” (DF) como:

$$DF = \cos\phi_1$$

La potencia P tomada por la carga se puede escribir como:

$$P = V_S I_{S1} * DF$$

La definición fundamental del factor de potencia, PF, se aplica también el caso multi-frecuencial, luego se cumple:

$$PF = \frac{P}{V_s I_s}$$

Por lo tanto:

$$PF = \frac{I_{s1}}{I_s} DF$$

Por supuesto, en el caso mono-frecuencial (solo elementos lineales en el circuito) se cumple necesariamente que:

$$\frac{I_{s1}}{I_s} = 1$$

y por lo tanto:

PF=DF

En el caso multi-frecuencial en corriente (elementos no lineales en el circuito que distorsionan la forma de onda de corriente) se tiene que: $\frac{I_{s1}}{I_s} < 1$

Por lo tanto siempre que hay distorsión se cumple que:

PF<DPF

Definiendo en el caso multi-frecuencial en corriente el “factor de potencia de distorsión” (DiPF) como:

$$DiF = \frac{I_{s1}}{I_s}$$

entonces se puede escribir:

$$PF = DF * DiF$$

Dado que:

$$\frac{I_{s1}}{I_s} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\%THD}{100}\right)^2}} = DiF$$

Se cumple también que:

$$PF = \frac{DF}{\sqrt{1+\left(\frac{\%THD}{100}\right)^2}}$$

De la misma manera la potencia aparente Q resulta en este caso

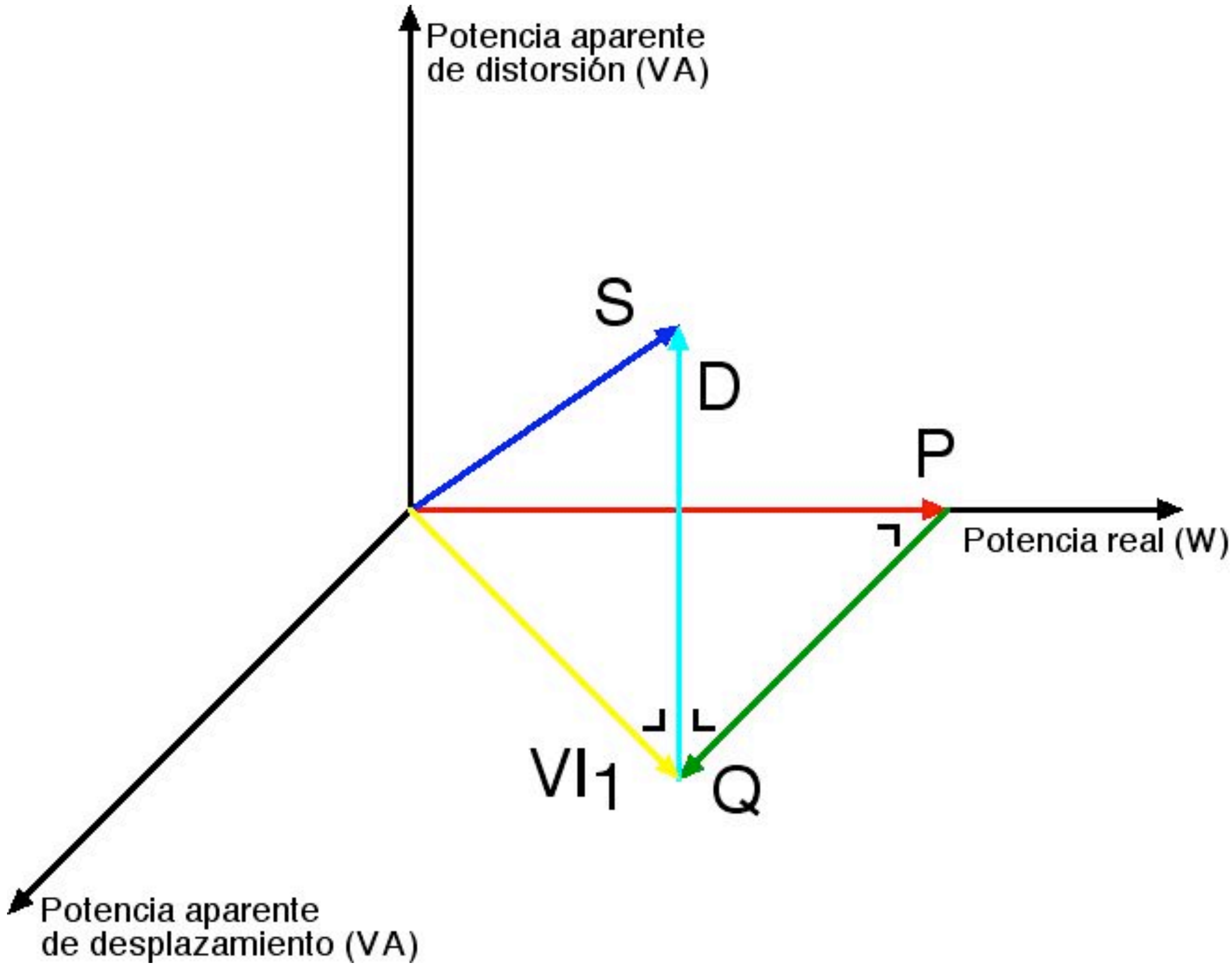
$$Q = V_{1,rms} I_{1,rms} sen(\phi_1)$$

Y la potencia aparente S es

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

donde el término D representa la potencia aparente de distorsión.

Nótese que la ecuación anterior significa que el concepto del “triángulo de las potencias” para relacionar las potencias real, reactiva y aparente queda superado para sistemas en los cuales existe distorsión armónica, ya que aparece un nuevo elemento, la “potencia aparente de distorsión”, ortogonal tanto a la potencia real como a la reactiva de desplazamiento, por lo que la figura geométrica que representa esta relación debe ser un tetraedro tridimensional.



Tetraedro de las potencias real, de desplazamiento, de distorsión y aparente total.

La potencia aparente de distorsión total, D, es:

$$D = V_{1,rms}\sqrt{\sum_{n\neq 1} I_{n,rms}^{2}}$$

donde el término $\sqrt{\sum_{n\neq 1} I_{n,rms}^{2}}$ es el componente de distorsión de la señal, I_{dis}.

Luego la corriente eficaz total, I, puede escribirse como:

$$I = \sqrt{I_1{}^2 + I_{dis}{}^2}$$

En una carga genérica, la corriente eficaz tomada de la fuente, I, se puede calcular como:

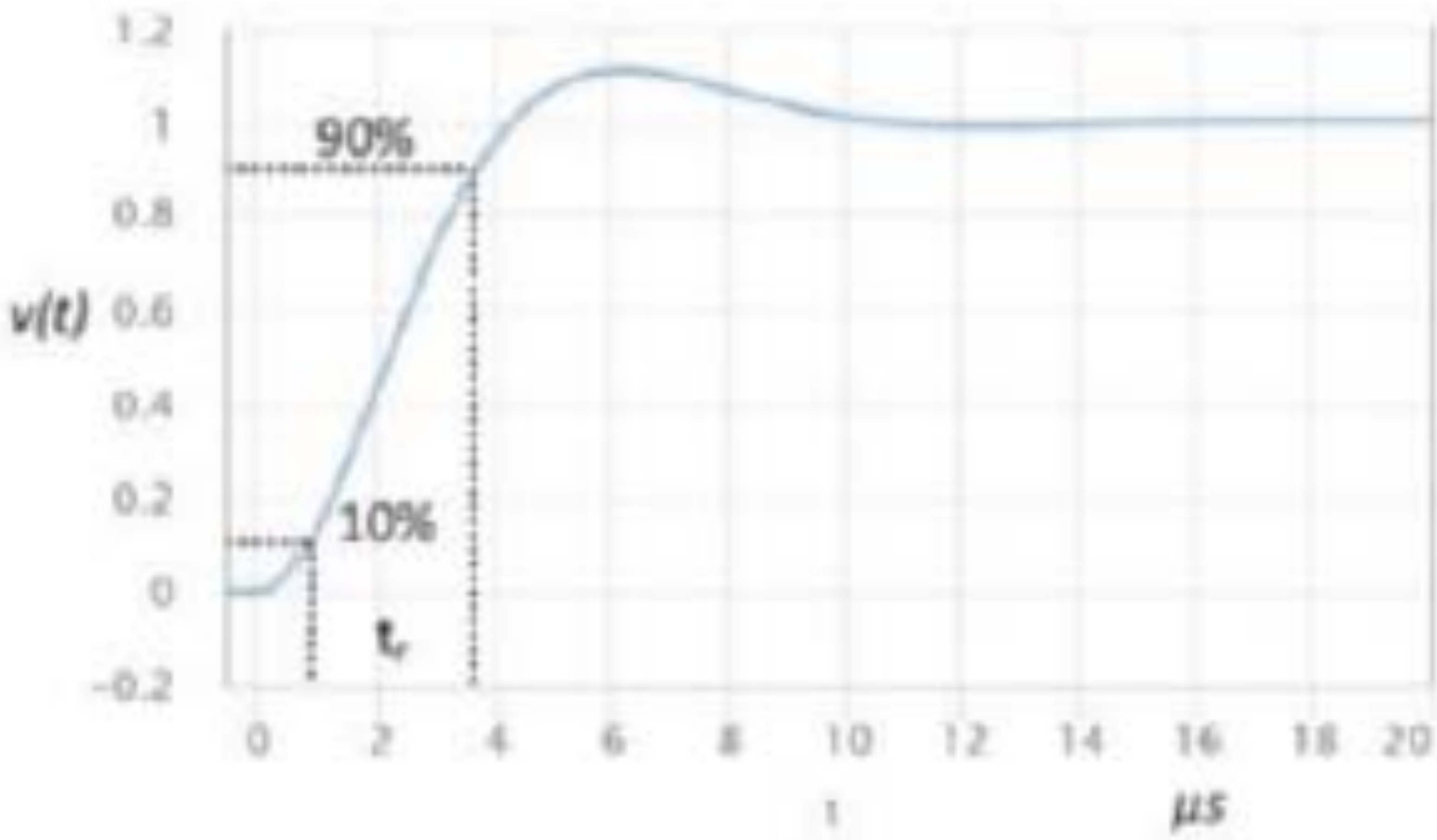
$$I = \frac{P}{V_s fp}$$

Nótese que este es un resultado sumamente importante, ya que indica que el valor eficaz de la corriente en el sistema de alimentación es inversamente proporcional al factor de potencia de la carga, si la potencia eficaz y la tensión permanecen constantes.

Simplificaciones posibles en el análisis de Fourier debido a simetrías en las formas de onda.

Simetría	*Condición requerida*	a_h y b_h
Par	$f(-t) = f(t)$	$b_h = 0 \qquad a_h = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} f(t)\cos(h\omega t)\, d(\omega t)$
Impar	$f(-t) = -f(t)$	$a_h = 0 \qquad b_h = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} f(t)\operatorname{sen}(h\omega t)\, d(\omega t)$
Media onda	$f(t) = -f(t + \frac{1}{2}T)$	$a_h = b_h = 0$ para h par
		$a_h = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} f(t)\cos(h\omega t)\, d(\omega t)$ para h impar
		$b_h = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} f(t)\operatorname{sen}(h\omega t)\, d(\omega t)$ para h impar
Cuarto de onda par	Par y media onda	$b_h = 0$ para todos los h
		$a_h = \begin{cases} \dfrac{4}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi/2} f(t)\cos(h\omega t)\, d(\omega t) & \text{para } h \text{ impar} \\ 0 & \text{para } h \text{ par} \end{cases}$
Cuarto de onda impar	Impar y media onda	$a_h = 0$ para todos los h
		$b_h = \begin{cases} \dfrac{4}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi/2} f(t)\operatorname{sen}(h\omega t)\, d(\omega t) & \text{para } h \text{ impar} \\ 0 & \text{para } h \text{ par} \end{cases}$

Tiempo de subida, rt ("rise time").



Definición generalmente aceptada del tiempo de subida de una señal tipo escalón.

La definición mas generalizada del tiempo de subida de una señal tipo escalón es el tiempo que transcurre entre el momento que el frente de subida de la señal pasa por el 10% de su valor final hasta que alcanza el 90% de dicho valor.

Otros autores prefieren definirlo en base al tiempo que la señal tarda en pasar del 20% al 80% de su valor final.

En todo caso el tiempo de alza se define en base a una relación entre porcentajes de la señal, y por lo tanto es independiente de la amplitud de la señal.

Razón de crecimiento, sr ("slew rate").

La razón de crecimiento de una señal es su derivada con respecto al tiempo ($\Delta V/\Delta t$ o $\Delta I/\Delta t$); en general, cuando se trata de una señal tipo escalón para definir la razón de crecimiento se sigue un procedimiento similar al empleado para definir el tiempo de subida, tomando en cuenta como ΔV la diferencia entre el valor de la señal al 90% de su valor final y como Δt el tiempo que emplea la señal en subir del 10% al 90% de su valor final.

La definición es similar, pero como se trabaja con los valores efectivos de la señal (no los porcentajes), la razón de alza de dos señales con exactamente la misma forma pero distintas amplitudes tendrá distintas razones de alza, pero el mismo tiempo de subida.

La definición de la razón de crecimiento (rc) se generaliza para una señal cualquiera es:

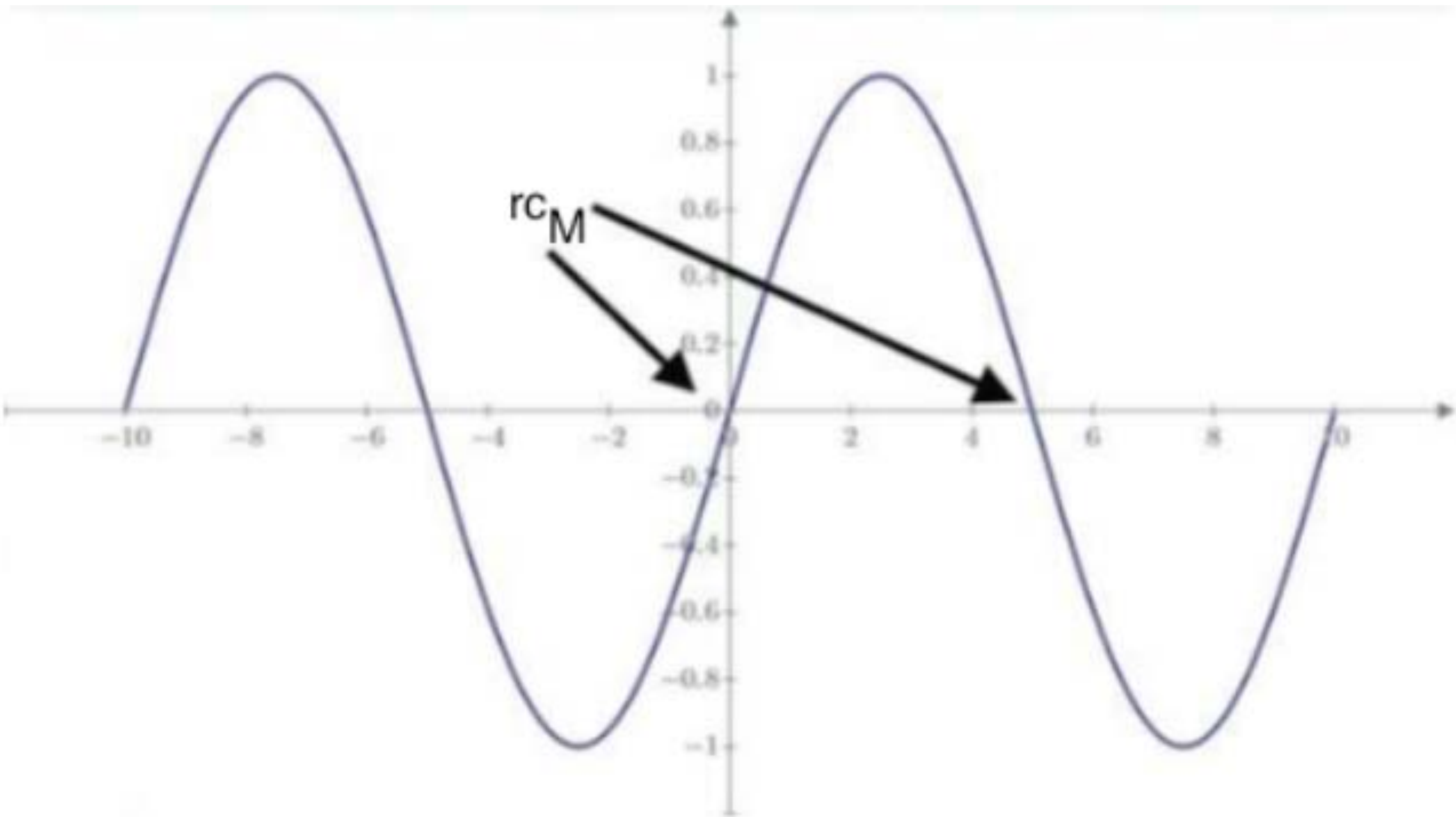
$$sr = \frac{dv(t)}{dt} \quad ó \quad sr = \frac{di(t)}{dt}$$

En el caso de una señal sinusoidal:

$$sr = \frac{dv(t)}{dt} = V_p * 2\pi f * \cos(2\pi f t)$$

Conocido el tiempo de alza de una señal y su frecuencia de repetición, f ("frecuencia de reloj"), se puede tener una idea razonable aproximada (no necesariamente exacta) del ancho de banda (BW) mediante la siguiente aproximación:

$$BW = \frac{0,35}{rt} f$$



Puntos de razón de crecimiento máximo de una señal sinusoidal.

Factor de forma de corriente, ff

$$ff = \frac{I_{rms}}{I_{promedio}}$$

Factor pico de corriente

$$Factorpico = \frac{I_{pico}}{I_{rms}}$$

Definiciones equivalentes dan los factores de forma y de pico de voltaje.