

CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LOS COMPONENTES PASIVOS II: INDUCTANCIAS.

Inductancia ideal.

La inductancia ideal es un elemento reactivo, que almacena energía en el campo magnético creado por la corriente circulante. La inductancia ideal no disipa energía.

Las inductancias son componentes imprescindibles en la Electrónica de Potencia donde, entre otras, cumplen las siguientes funciones importantes:

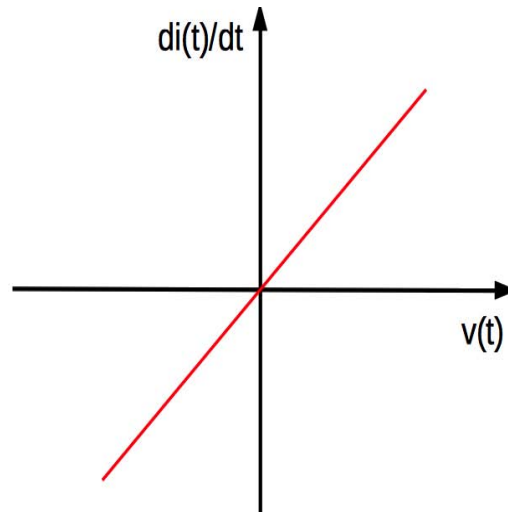
- 1.- Filtrar las formas de onda de corriente producidas por los circuitos de conmutación.
- 2.- Limitar el di/dt en circuitos de conmutación.
- 3.- Limitar la transitoria de encendido en circuitos de potencia.

Ecuaciones circuitales de las inductancias.

La relación entre la corriente y la tensión en los terminales de una inductancia ideal de valor L esta definida por:

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt} \quad \text{ó} \quad i_L(t) = \int v_L(\tau) d\tau$$

La ecuación característica de la inductancia ideal se puede graficar en el plano de fase ($v(t)$, $di(t)/dt$) como:



La impedancia de una inductancia ideal, Z_L , es:

$$Z_L(s) = sL$$

La impedancia instantánea de una inductancia ideal, $Z_L(\infty)$, es:

$$Z_L(\infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} Z_L(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} sL = \infty$$

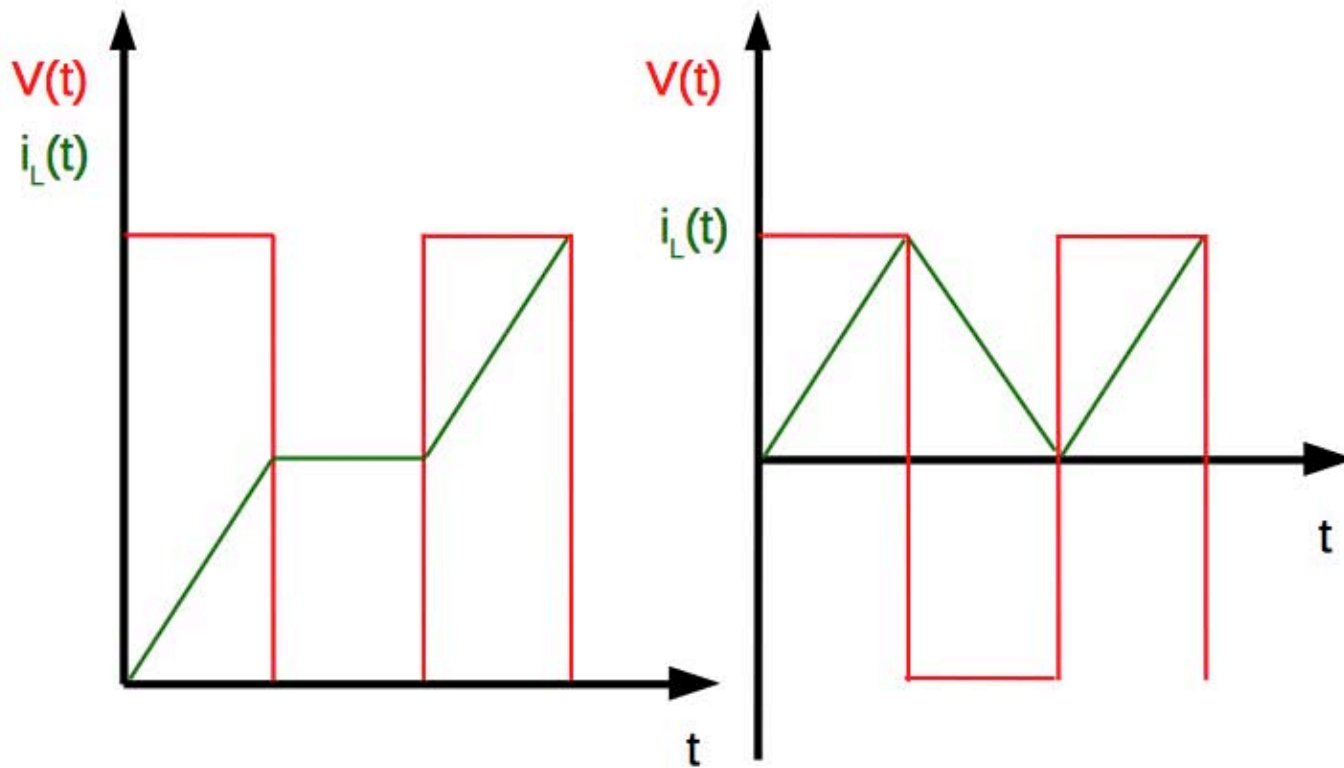
Lo que implica que, transitoriamente, la inductancia se comporta como una fuente de corriente ideal cuyo valor es el de la corriente que esté circulando en ese instante por la inductancia.

Dada la relación entre la derivada de la corriente en la inductancia y el voltaje entre sus terminales, cambios bruscos en la corriente requieren voltajes muy elevados; en el límite, en un cambio en escalón de la corriente en la inductancia se cumple:

$$\text{Si } \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow \infty \text{ entonces } v_L(t) \Rightarrow \infty$$

Por lo tanto una inductancia no puede ser conectada directamente a una fuente ideal de corriente capaz de producir cambios en escalón.

Por la misma razón no se debe tratar de interrumpir instantáneamente la corriente que circula en una rama inductiva.



Respuestas de una inductancia ideal a escalones de voltaje.

La impedancia instantánea de una inductancia ideal, $Z_{L\infty}$, es:

$$Z_{L\infty} = \lim_{s \rightarrow \infty} [Z_L(s)] = \lim_{s \rightarrow \infty} (sL) = \infty$$

Lo que implica que, transitoriamente, la inductancia ideal se comporte como una fuente de corriente ideal, cuyo valor es el de la corriente que esté circulando en ese instante en la inductancia.

La potencia instantánea en una inductancia, $p_L(t)$ es:

$$p_L(t) = v_L(t)i_L(t) = Li_L(t) \frac{di_L(t)}{dt}$$

La energía conservativa almacenada en una bobina de inductancia L , en un intervalo de tiempo t_1 , a partir de

una corriente inicial cero, es función de la corriente que produce el campo magnético:

$$E_L(t_1) = \int_0^{t_1} p_L(\tau) d\tau = \int_0^{t_1} L i_L(\tau) \frac{di_L(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{1}{2} L i_L^2(t_1)$$

Esta energía conservativa tiende a mantener constante el valor de la corriente que circula por la inductancia.

En régimen permanente y con excitaciones periódicas el valor promedio de la tensión en una inductancia ideal es:

$$\bar{V}_L = \frac{1}{T} \int_0^T v_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_L(t)}{dt} dt = L [\Delta i_L]_0^T = 0$$

En teoría si se cortocircuitan los terminales de una inductancia ideal que conduzca una corriente inicial, la corriente seguirá circulando sin cambios hasta que se modifique el circuito.

En la práctica la afirmación anterior solo se aplica a las bobinas construidas con materiales superconductores, que estén operando por debajo de la temperatura crítica de superconductividad, usualmente muy cercana a 0°K , situación en la cual la resistencia es efectivamente nula (condición de superconductividad); estos dispositivos están aún en la fase experimental.

Todas las inductancias de uso común (no superconductoras) están formadas en base a una bobina de alambre conductor, usualmente cobre (Cu) o aluminio (Al), materiales cuyas resistividades son bajas pero no nulas.

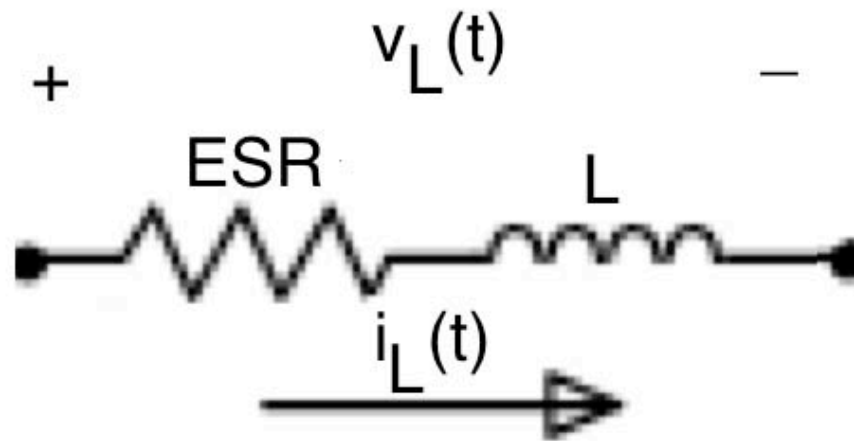
La conductividad del aluminio es menor que la del cobre, pero el material es mas barato, aunque menos dúctil y mas difícil de soldar; actualmente hay una tendencia a reemplazar al alambre de cobre con alambre de aluminio, pero su uso aun no se ha generalizado.

La plata (Ag), que tiene mayor conductividad que el cobre y es soldable y dúctil, sería el material ideal, pero es mucho mas costosa, así que solo se usó masivamente para fabricar electroimanes en el Proyecto Manhattan durante la Segunda Guerra Mundial.

Tabla de resistividad y coeficiente de temperatura de los tres principales metales conductores.

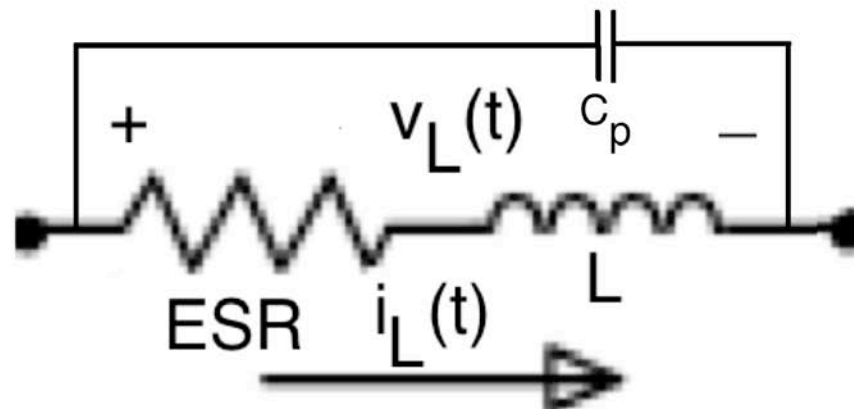
metal	resistividad relativa (Cu = 1)	Coef. Temperatura a (20° C)
Aluminio	1.63	+ 0.004
Cobre	1.00	+ 0.0039
Plata	0.94	+ 0.0038

Dado que los conductores que forman las inductancias reales tienen una resistencia no nula, toda inductancia práctica incluye un componente resistivo, y no esta libre de pérdidas; el modelo circuital incluye una inductancia y una resistencia de pérdidas, ESR (Equivalent Series Resistance), conectadas en serie.



Modelo una inductancia real, válido para frecuencias bajas y medias.

A frecuencias suficientemente altas (RF) aparece además un efecto de capacitancia parásita en paralelo con la bobina.



Modelo completo de una inductancia real, válido para altas frecuencias.

Las pérdidas en la inductancia, debidas a su resistencia serie parásita son:

$$p_L(t) = [i_L(t)]^2 * ESR$$

La ESR afecta a la tensión en los terminales de la inductancia, la cual resulta:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) * ESR$$

ecuación a considerar cuando se requiere modelos con precisión el comportamiento del circuito a frecuencias bajas y medias.

En primera aproximación, a frecuencias bajas y medias, los componentes parásitos pueden ser ignorados y las inductancias pueden ser considerados componentes ideales.

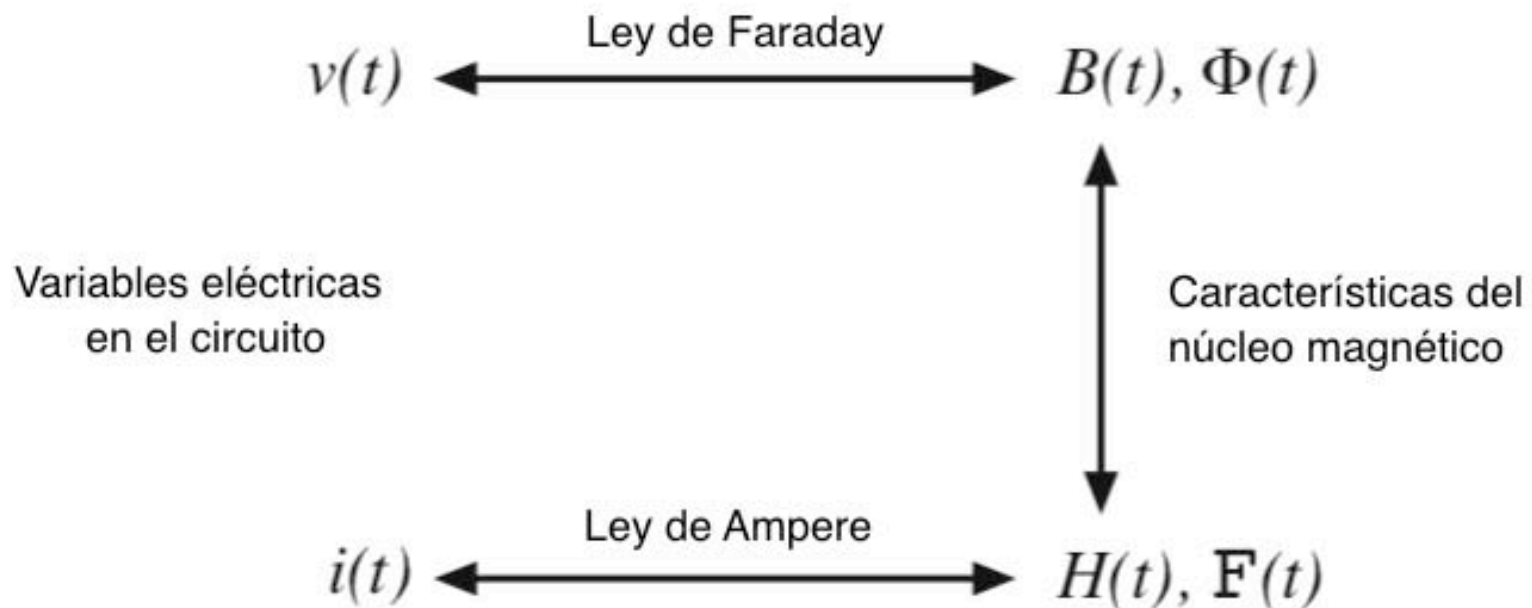
Usar los modelos completos es necesario cuando se requiere precisión en los resultados, especialmente durante el diseño de las redes de control para alcanzar altos niveles de rendimiento en una aplicación específica.

A una frecuencia suficientemente alta existe el problema de que aparezcan los efectos de la capacidad, que eventualmente producirá un pico de resonancia.

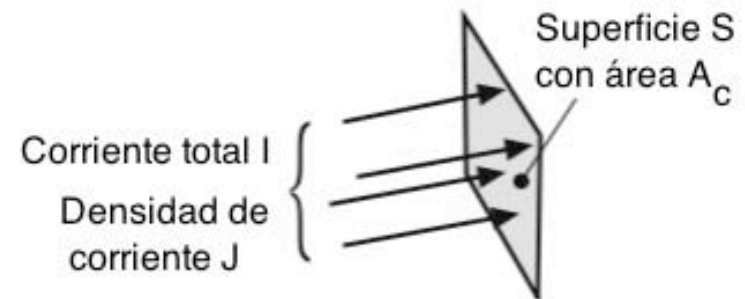
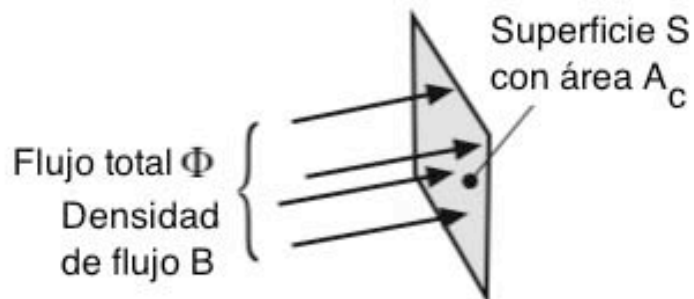
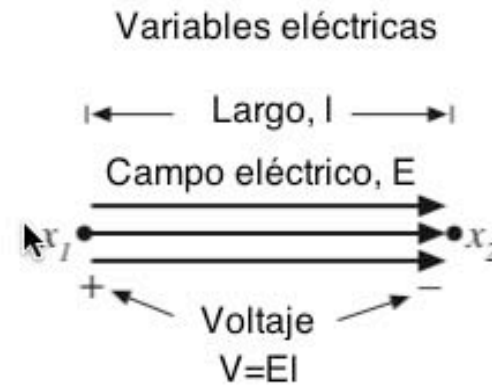
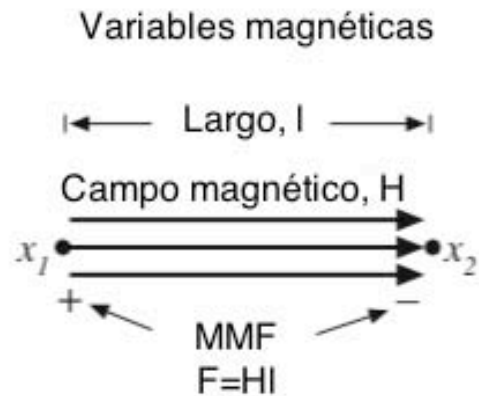
Ecuaciones magnéticas de las inductancias.

En general es seguro que, una vez caracterizados los componentes magnéticos (inductancias y transformadores) necesarios para el diseño de un equipo electrónico de potencia, el diseñador tendrá que proceder a diseñar y, muy posiblemente, a construir los componentes magnéticos necesarios, ya que la oferta de bobinas y transformadores de alta frecuencia estandarizadas y producidas en serie es relativamente escasa.

La relación entre las variables voltaje y corriente en la inductancia y las variables magnéticas en el núcleo, flujo, intensidad de campo, densidad de flujo y fuerza magneto motriz se basan en las leyes de Ampere y Faraday.



Cuadro de las relaciones entre las ecuaciones circuitales y las electromagnéticas

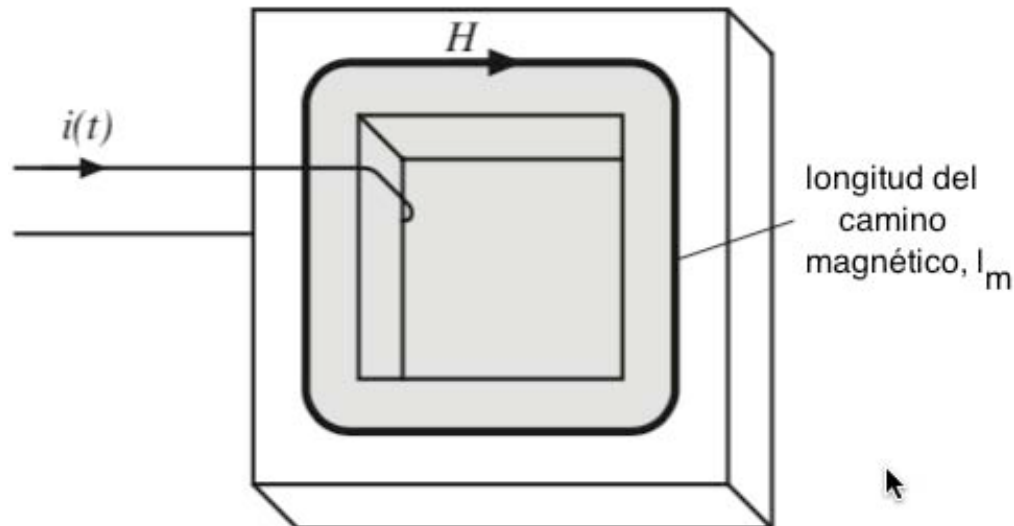


Representación gráfica de la equivalencia entre conceptos electromagnéticos y conceptos circuitales

En todo circuito magnético se cumple que la intensidad del campo magnético H generado por la corriente que circula en los conductores es:

$$\oint H dl = \sum_{j=1}^n i_j$$

donde $\sum_{j=1}^n i_j$ es la sumatoria de todas las corrientes.



Generación de campo magnético por corriente circulante .

En una inductancia con N vueltas la corriente es la

misma en cada vuelta, luego: $\sum_{j=1}^n i_j = Ni$

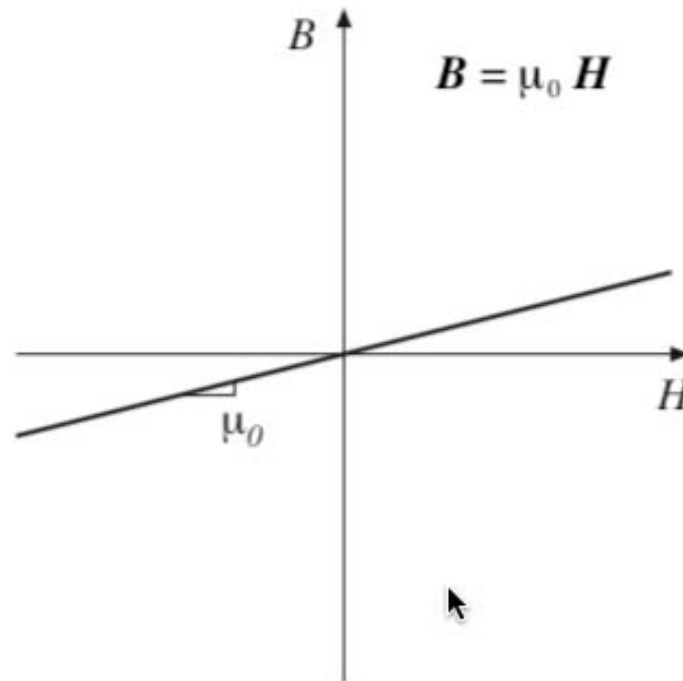
donde N es el número de vueltas en la bobina. El producto Ni se llama en general fuerza magneto motriz, F_{mm} , porque es la impulsora del campo magnético.

Dado un campo magnético de intensidad H, la densidad de líneas de flujo magnético (densidad de flujo, B) depende de la permeabilidad magnética, μ , del material en el que se encuentra el campo.

$$***B = \mu H***$$

En general se trabaja por relación con la situación en el vacío, cuya permeabilidad magnética, μ_0 , es:

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \left[\frac{\text{henries}}{m} \right] = 12,56 * 10^{-7} \frac{Wb}{A * m}$$



Relación B/H lineal sin saturación en el espacio libre

En un material genérico:

$$B_m = \mu_m H_m$$

$$\mu_m = \mu_r \mu_0$$

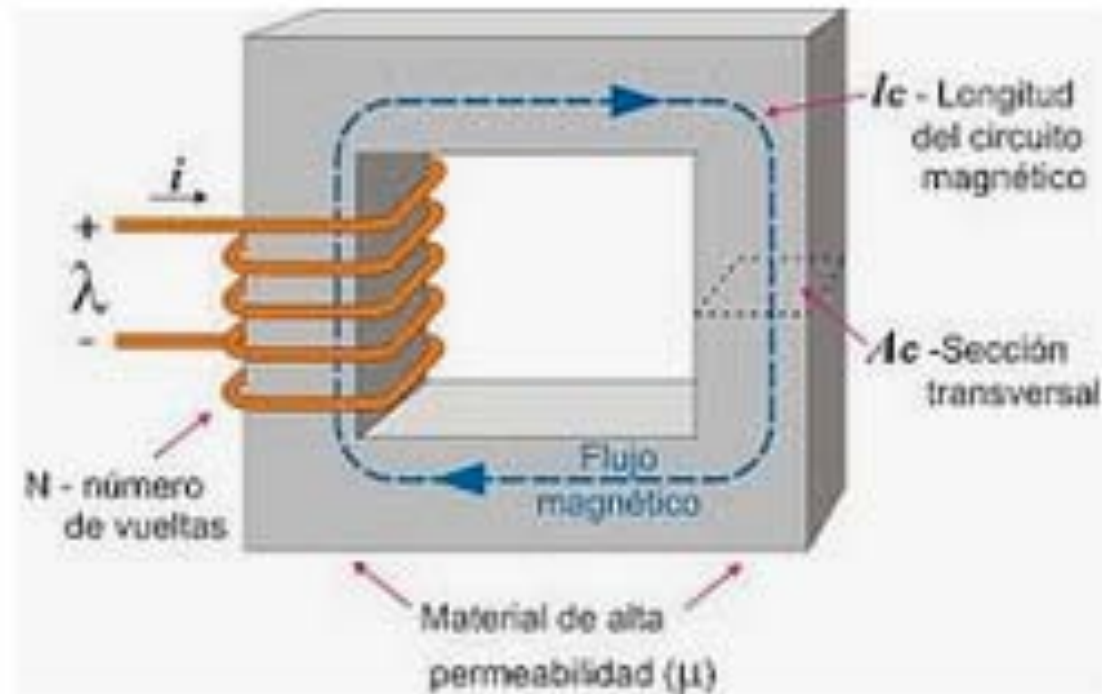
$$\mu_r = \frac{\mu_m}{\mu_0}$$

Donde μ_m es la permeabilidad del medio, y μ_r el valor relativo de dicha permeabilidad magnética normalizada respecto a la del aire, que se toma como referencia (la diferencia entre las permeabilidades magnéticas del vacío y del aire es totalmente despreciable a efectos prácticos).

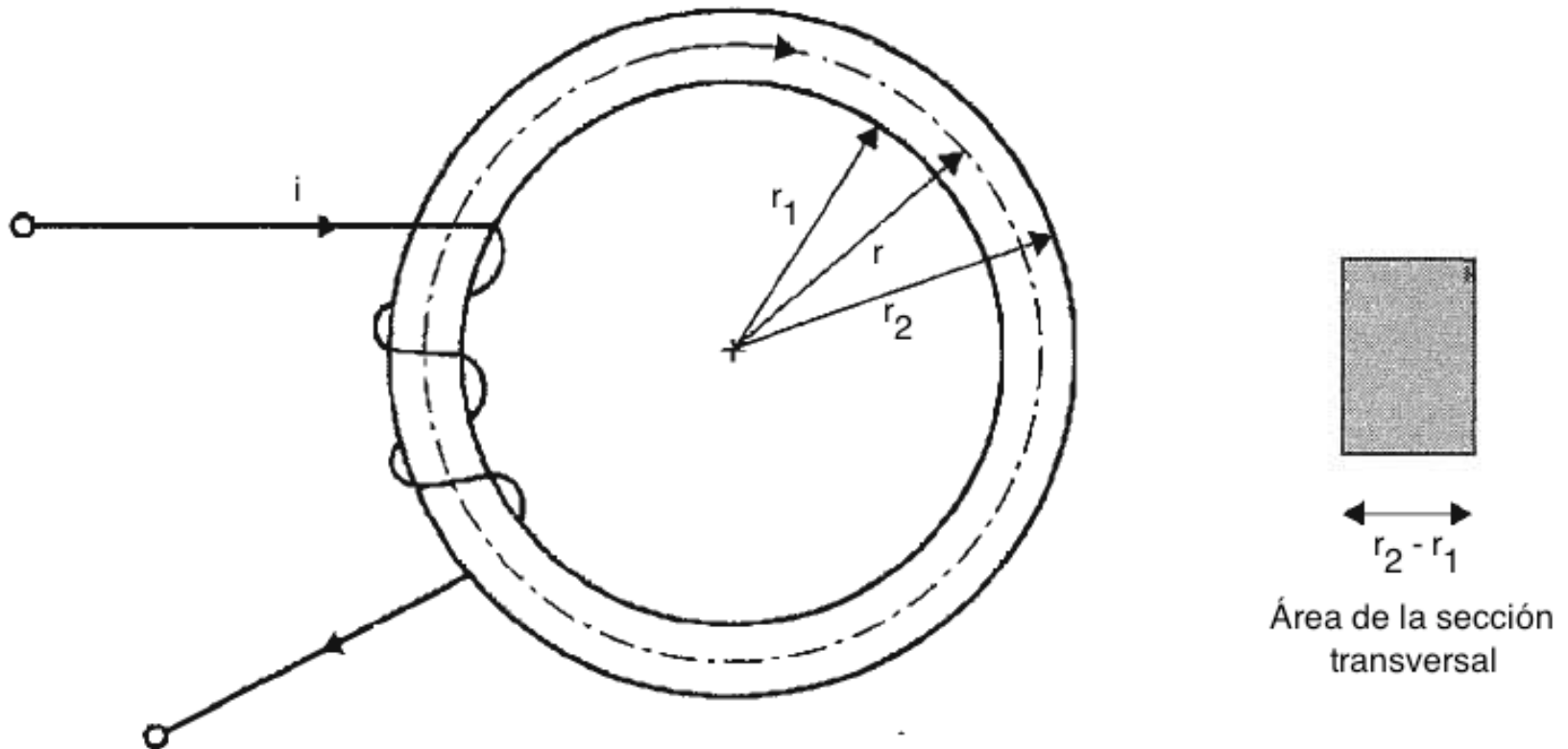
Con relación al espacio libre (o el aire) los materiales se clasifican en:

- 1.-Diamagnéticos. Su permeabilidad es menor que μ_0 . Estos materiales excluyen el campo magnético. Esta característica es similar a la de un aislante eléctrico frente a un potencial eléctrico.
- 2.-Paramagnéticos: Su permeabilidad es ligeramente mayor que μ_0 . Estos materiales solo experimentan una ligera magnetización.
- 3.-Ferro-magnéticos: Su permeabilidad es mucho mayor que μ_0 . Estos materiales experimentan una magnetización fuerte en presencia de un campo magnético. Esta característica es similar a la respuesta de un buen conductor eléctrico frente a un potencial eléctrico.

En general cuando se diseña una inductancia es deseable producir el máximo campo magnético con la mínima corriente en la bobina, por lo que casi siempre se emplean bobinas con núcleos cerrados de material ferromagnético en los cuales $\mu_r \gg 1$.



Circuito magnético en un núcleo cerrado rectangular.



Considerando el núcleo mas simple, un toroide cerrado alrededor del cual se enrollan las N vueltas de una bobina por la cual circula una corriente i se cumple:

$$\oint H dl = Ni$$

Si i es constante, entonces H debe de serlo también,
luego:

$$H \int_0^{2\pi} d\theta = Ni$$

$$H = \frac{Ni}{2\pi r} = \frac{Ni}{l}$$

Donde r es el radio del toroide y l es la longitud del trayecto interno del campo en el interior del toroide.

Dado que:

$$B = \mu H = \frac{\phi}{A}$$

Donde A (en este caso la sección transversal del toroide) es el área ocupada por el flujo en m² y ϕ es la intensidad de flujo.

Despejando resulta:

$$\phi = \frac{NiA\mu}{l}$$

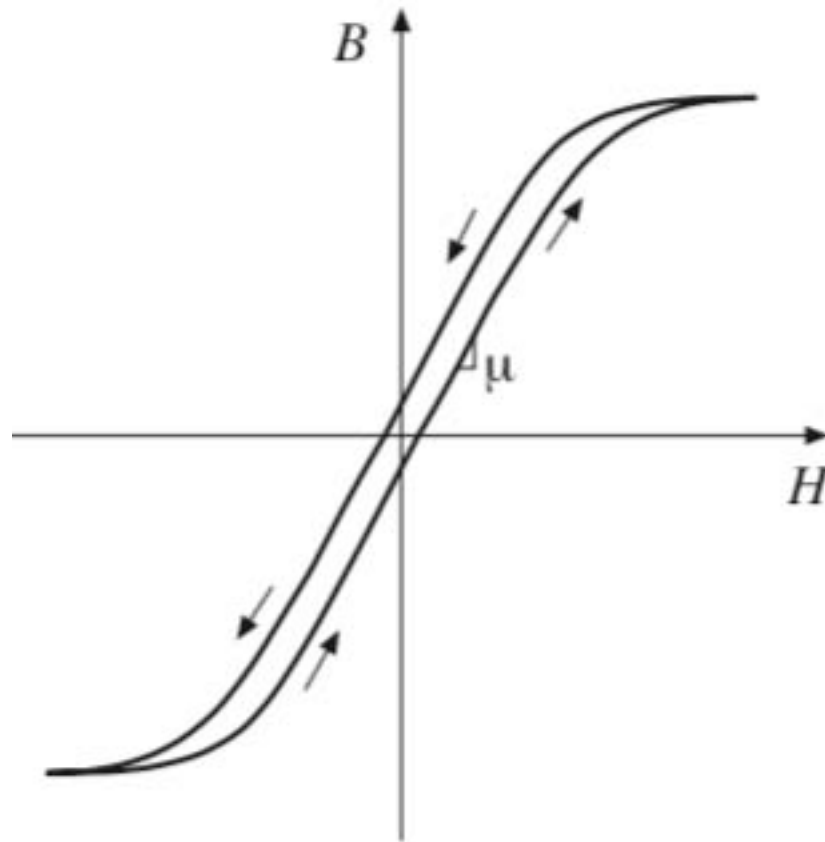
El valor en Henrys, L, de la inductancia de una bobina es:

$$L = \frac{N^2\mu_m A}{l}$$

Donde N es el número de vueltas de la bobina, A es la sección transversal de la bobina en metros², l es la longitud de las líneas de flujo y μ_m es la permeabilidad magnética del núcleo en Webers/Amperios*metro (Wb/A*m).

Si la bobina no tiene un núcleo de material magnético, se trata de una bobina con "núcleo de aire" y la permeabilidad a considerar es μ_0 , de valor $12,56 \cdot 10^{-7}$ Wb/A*m

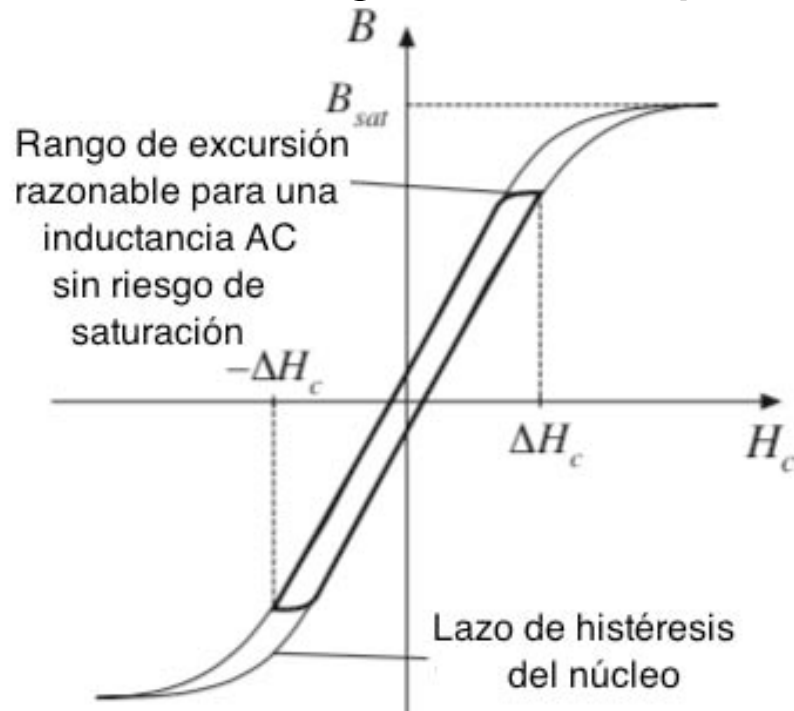
La permeabilidad magnética del aire (o del espacio libre), μ_0 , es constante, pero la permeabilidad magnética de un material ferromagnético genérico, μ_m , varía con la intensidad magnética, H, saturando al valor μ_0 para intensidades magnéticas elevadas.



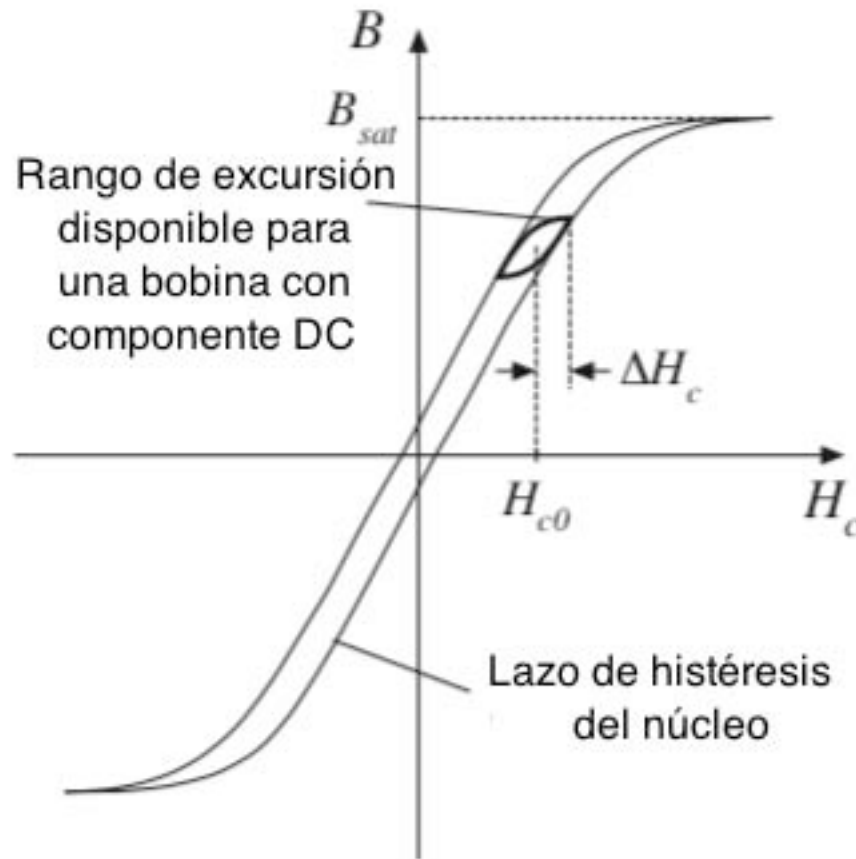
Curva B/H típica de un material ferromagnético, no lineal, con saturación e histéresis.

La necesidad de evitar la saturación trae como consecuencia que el nivel de componente DC en la bobina sea un factor importante en limitar el rango de variación aceptable en un diseño.

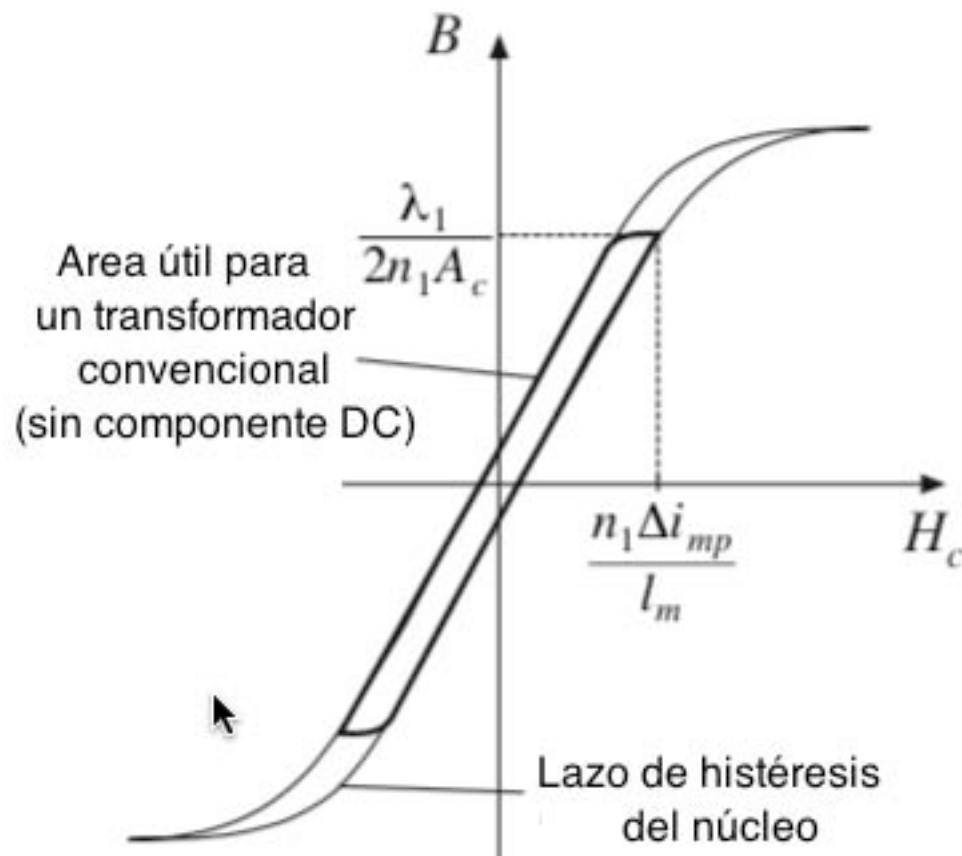
Asumiendo el mismo núcleo y el mismo número de vueltas en la bobinas, una inductancia para aplicaciones AC puede tener el siguiente esquema de uso:



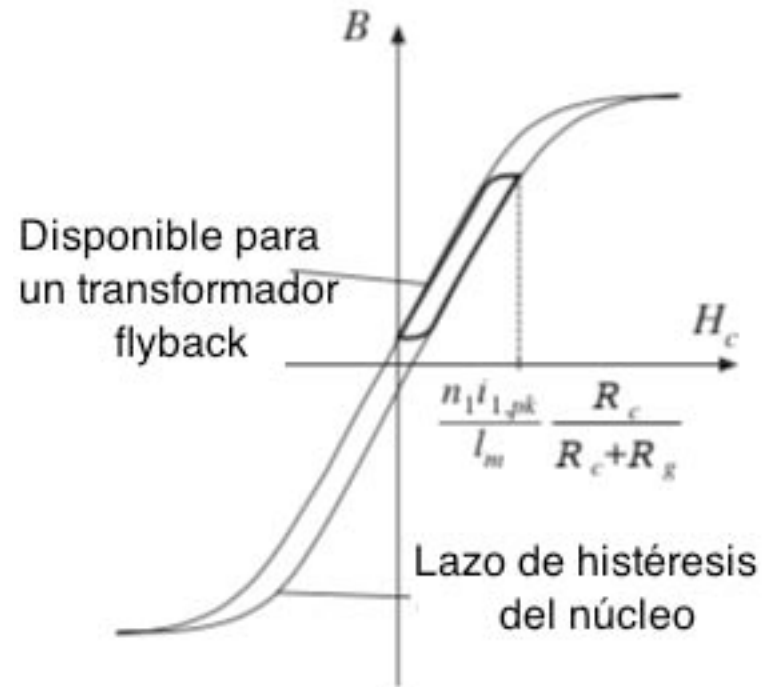
Asumiendo el mismo valor máximo de B , la excursión disponible si la bobina debe llevar un valor elevado de componente DC:



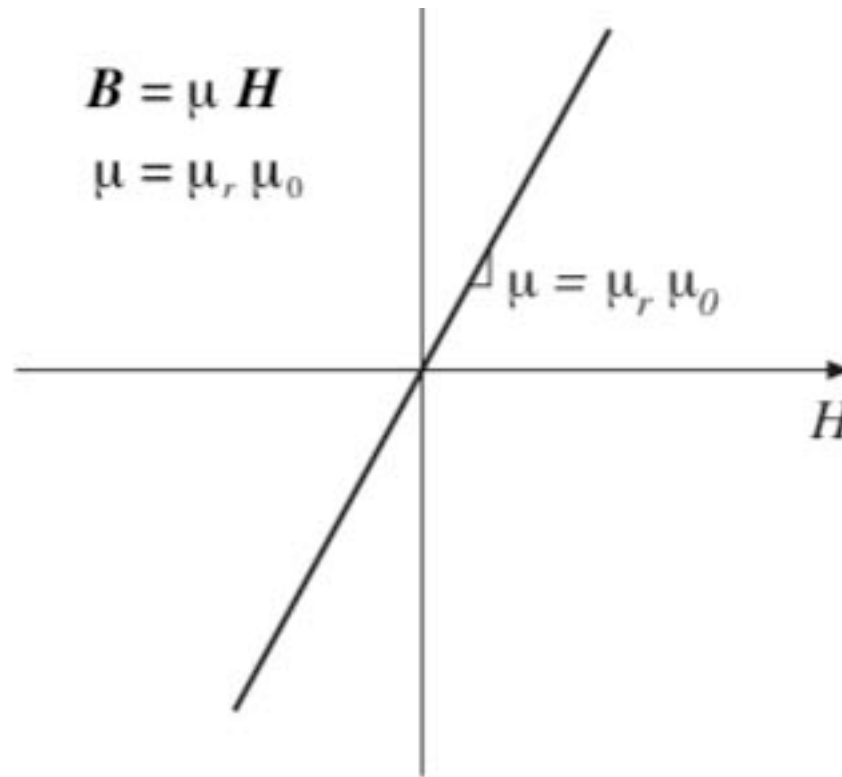
Básicamente la situación es la misma si se emplea el núcleo para implementar transformadores; para un transformador convencional el rango es equivalente al de una bobina AC:



Mientras que si el mismo núcleo se usa para construir un transformador tipo “flyback”, que debe aceptar un componente de corriente DC, el rango de uso es significativamente menor:

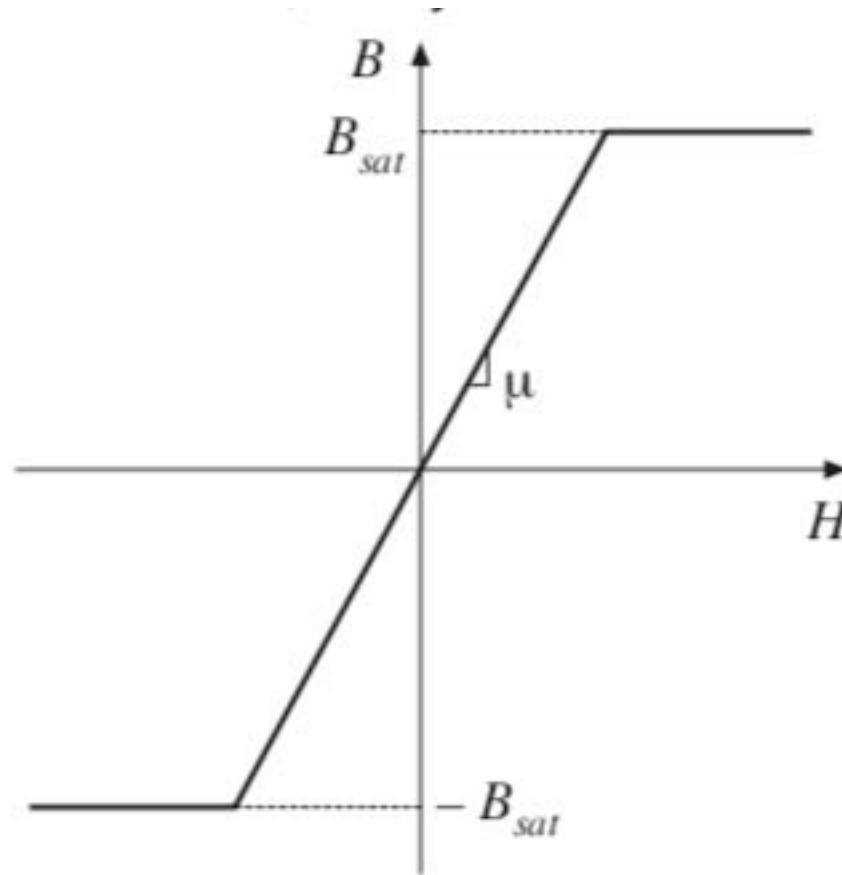


En primera aproximación, cuando no se está todavía calculando pérdidas en el núcleo la curva B/H se puede linealizar sin saturación:



En los materiales ferromagnéticos el valor de μ_r está entre 10^3 y 10^5

Una aproximación mas precisa requiere incluir también la saturación:



Las relaciones entre B y H en el modelo simplificado con saturación son:

$$B = \begin{cases} B_{sat} & \text{para } H \geq \frac{B_{sat}}{\mu} \\ \mu H & \text{para } |H| < \frac{B_{sat}}{\mu} \\ -B_{sat} & \text{para } H \leq -\frac{B_{sat}}{\mu} \end{cases}$$

Los valores de saturación típicos para ferritas están entre 0,3-0,5T; el polvo de hierro sinterizado entre 0,5-1T y las láminas de ferro-silicio entre 1-2T.

En general los valores de inductancia requeridos y la necesidad de generarlos usando el menor número de vueltas y la menor cantidad de corriente posible obliga a que los circuitos magnéticos prácticos tengan que usar núcleos de material ferro-magnético.

En aplicaciones de baja frecuencia (frecuencia de línea), el material preferido es el ferro-silicio laminado; para frecuencias elevadas se emplean ferritas (mezclas de polvos metálicos Mn-Zn), cuyos μ_r están entre 800 y 2800.

Propiedades Magnéticas de los Materiales Ferromagnéticos

Material	Tratamiento	Permeabilidad relativa inicial	Permeabilidad relativa máxima	Fuerza coercitiva (oersteds)	Densidad de flujo remanente (gauss)
Hierro, 99,8% pureza	Templado	150	5.000	1,0	13.000
Hierro, 99,95% pureza	Templado con hidrógeno	10.000	200.000	0,05	13.000
Permalloy 78	Templado, revenido	8.000	100.000	0,05	7.000
Superpermalloy	Templado en hidrógeno, enfriamiento controlado	100.000	1.000.000	0,002	7.000
Cobalto, 99% pureza	Templado	70	250	10	5.000
Nickel, 99% pureza	Templado	110	600	0,7	4.000
Acero, 0,9% C	Revenido	50	100	70	10.300
Acero, 30% Co	Revenido	240	9.500
Álnico 5	Enfriado en campo magnético	4	...	575	12.500
Silmanal	Horneado	6.000	550
Hierro, polvo fino	Prensado	470	6.000

La densidad de flujo remanente en esta tabla es el [campo magnético](#) retenido B, y su unidad SI es el Tesla (T). 1 Tesla = 10.000 gauss. La "fuerza coercitiva" es la [intensidad de campo magnético](#) invertido aplicado H, necesario para llevar la desmagnetización del campo magnético neto a cero. La unidad SI de H es, A/m, siendo 1 A/m = 0,01257 oersteds.

Para las ferritas usualmente empleadas como núcleos en aplicaciones de potencia, del tipo Mn-Zn (Manganeso-Zinc) ofrecidas bajo diversos nombres comerciales (Ferroxcube3, Ferralite, Ferrinox B ó T, etc.), se tiene:

Ferrita No. de parte	Permeabilidad relativa reportada	Permeabilidad relativa calculada	Error promedio
F50A-68	20	19	0.05
F50A-67	40	39	0.02
F50A-61	125	111	0.11
F50A-43	850	947	0.11
F50A-77	2000	2133	0.07
F50A-F	3000	3684	0.23
F50A-J	5000	7202	0.44
F50A-W	10000	13305	0.33
F50A-H	15000	17388	0.16

El análisis de los circuitos magnéticos se puede realizar empleando una analogía con los circuitos

Si se define el parámetro reluctancia magnética, \mathfrak{R} ,

$$\text{como: } \mathfrak{R} = \frac{1}{\mu A}$$

$$\text{Resulta: } \phi = \frac{Ni}{\mathfrak{R}}$$

$$\text{Donde } F_{mm} = Ni = \phi \mathfrak{R}$$

Que son las ecuaciones duales de las eléctricas:

$$R = \frac{1}{\sigma A}$$

$$V = iR$$

Los "enlaces de flujo" en el circuito magnético, λ , se definen como: $\lambda = N\phi$

Y la inductancia del circuito como: $L = \frac{\lambda}{i}$

En términos de la geometría del circuito magnético se cumple:

$$L = \frac{\mu AN^2}{i}$$

$$\phi = NiP$$

Donde la permeancia magnética, P , es: $P = \frac{1}{\mathfrak{R}}$

Analogías entre los circuitos magnéticos y eléctricos

Circuitos eléctricos	Circuitos magnéticos
Fuerza electromotriz, fem, (V)	Fuerza magnetomotriz, fmm (Ni)
Corriente, I	Flujo magnético (ϕ)
Caída de tensión (V)	Tensión magnética (HI)
Resistencia, R	Reluctancia, \mathfrak{R}
Densidad de corriente, $J=I/A$	Densidad de flujo, $B=\phi/A$
KVL para fem	KVL para fmm
KCL para corrientes	KCL para flujos magnéticos
Conductancia, $G=1/R$	Permeancia, $P=1/\mathfrak{R}$
Conductividad, σ	Permeabilidad, μ
Materiales conductores	Materiales ferromagnéticos
Materiales aislantes	Materiales diamagnéticos

Inductancias para circuitos impresos (“ferrite beads”).

La necesidad de implementar múltiples filtros L y Π del menor tamaño posible para bloquear la transmisión del ruido de conmutación de alta frecuencia que generan e inyectan en las pistas de alimentación cada uno de los C.I. de alta velocidad de conmutación en los circuitos impresos (PCB, "Printed Circuit Board") ha llevado al desarrollo y estandarización de microinductancias construidas en base a una "cuenta de ferrita" ("ferrite bead").

Por su fabricación las "cuentas de ferrita" pueden ser "discretas" o de montaje superficial.

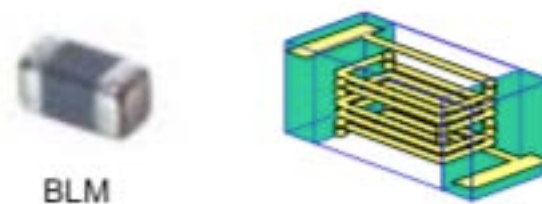
Una "cuenta de ferrita" discreta es básicamente un pequeño cilindro de ferrita con un orificio longitudinal en el eje a través del cual se pasa un conductor.



Cuenta de ferrita discreta: Estructura (izquierda) y componente estandarizado comercial (cortesía muRata).

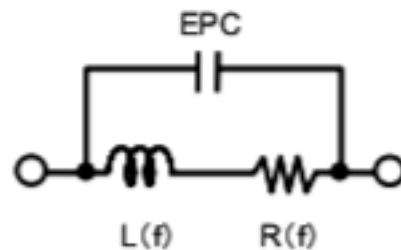
Las "cuentas de ferrita" discretas son adecuadas para circuitos de baja densidad.

Una "cuenta de ferrita" para montaje superficial es un componente mas complejo, en el cual varias espiras del alambre conductor se encapsulan dentro del cuerpo de la ferrita durante el proceso de sinterización del material.

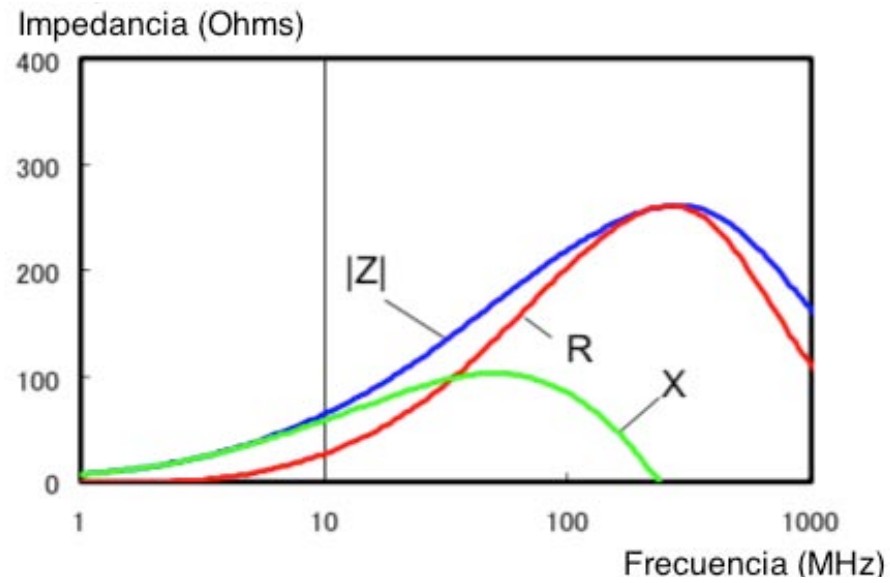


Estructura interna de una cuenta de ferrita para montaje superficial mostrando la espiral del material conductor en amarillo (derecha) y una muestra del componente comercial correspondiente (izquierda).

El modelo circuital equivalente de una "cuenta de ferrita" esta formado por una inductancia $L(f)$ en serie con una resistencia $R(f)$, ambas función de la frecuencia de operación, en paralelo con una inductancia parásita, EPC.



Modelo circuital equivalente de una cuenta de ferrita típica.



Curva impedancia vs frecuencia de una cuenta de ferrita típica.