

**ACOPLES GIRO-GIRO**

En el caso ideal el motor es capaz de operar eficientemente en el rango par-velocidad requerido por la carga, y el acople es simplemente un eje que los conecta.

En la práctica este es raramente el caso, y se precisa por lo tanto incluir en el sistema un mecanismo que permita adaptar la carga al motor, manteniendo cada uno de los dos su rango par-velocidad de operación característico.

Estos mecanismos de acople de velocidades operan son los equivalentes mecánicos a los transformadores eléctricos.

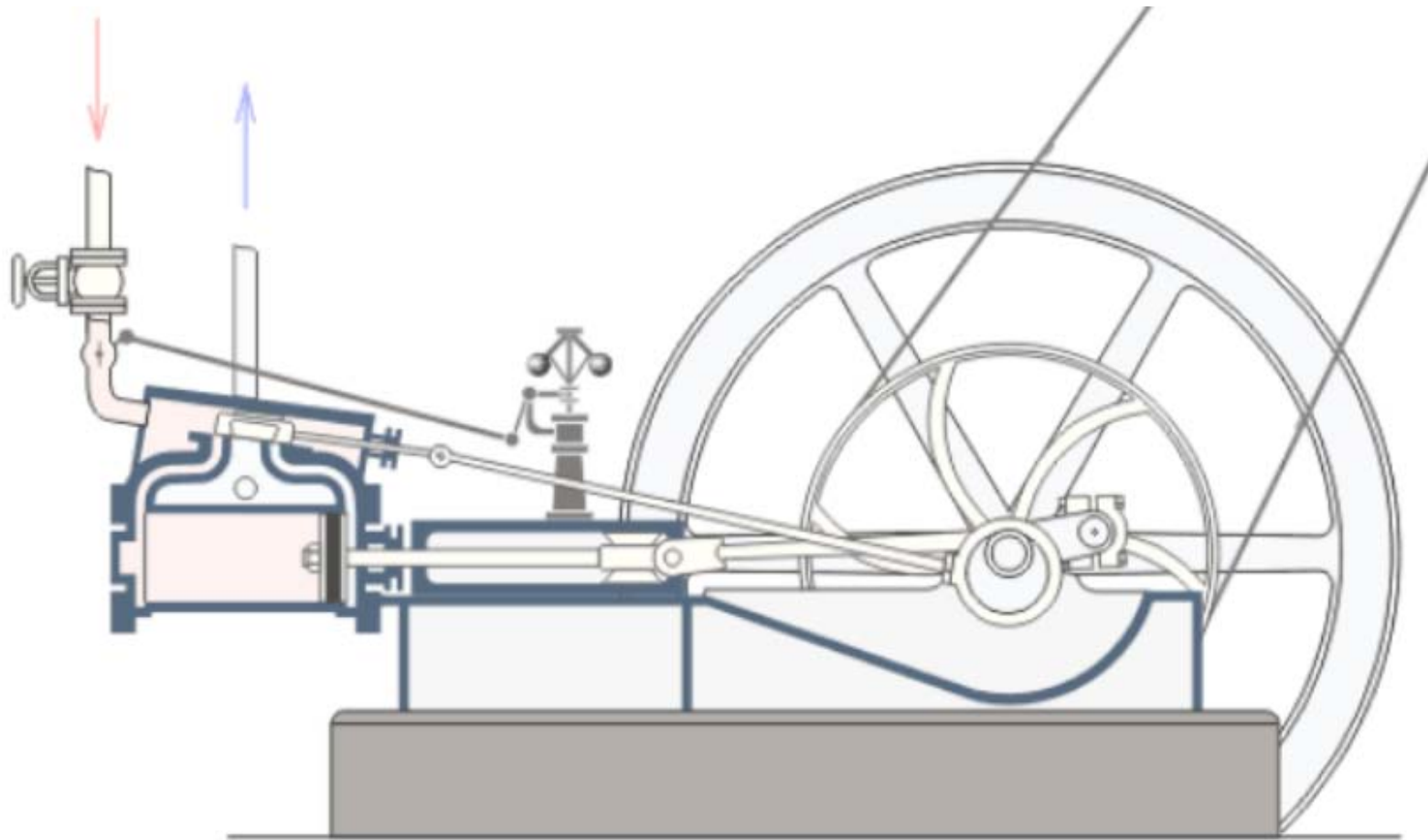
# ACOPLE CON POLEAS Y CORREA

(o rueda a rueda)

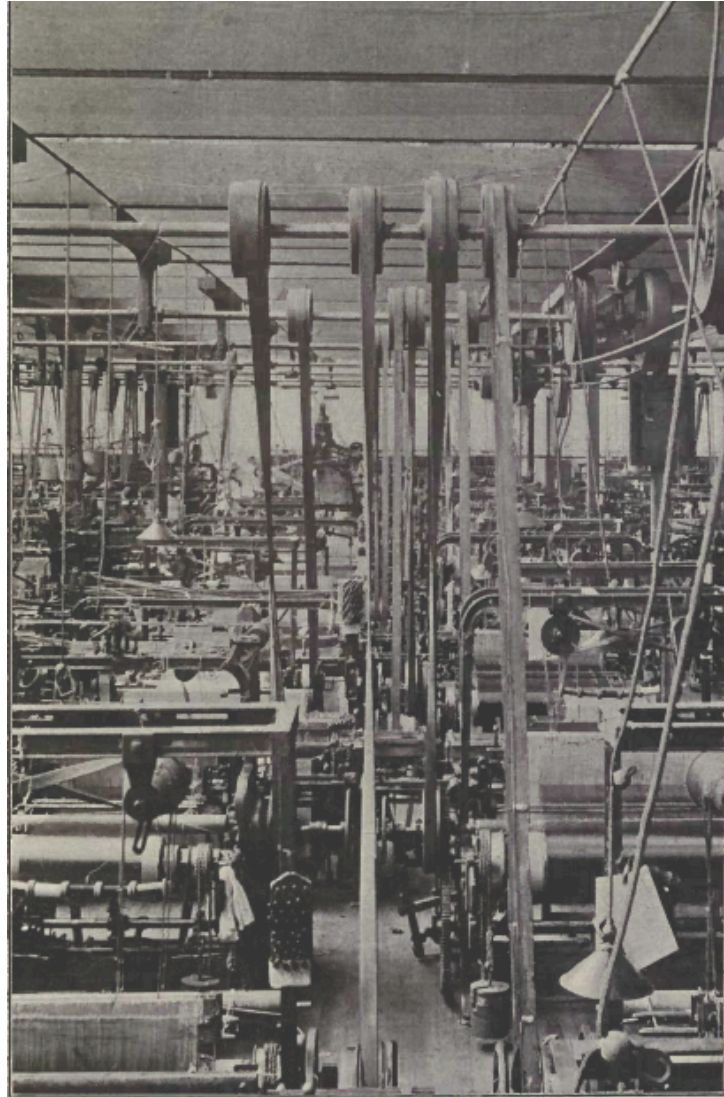
Este tipo de acople es posiblemente el mas sencillo y fue la base del desarrollo inicial de la revolución Industrial cuando, por limitaciones tecnológicas, el número de fuentes de potencia mecánica (primero ruedas hidráulicas y luego máquinas de vapor) era limitado, usualmente una por fábrica, y era por lo tanto preciso distribuir la potencia mecánica producida por una sola fuente a un gran número de máquinas individuales.



Máquina de hilar, finales siglo XVII



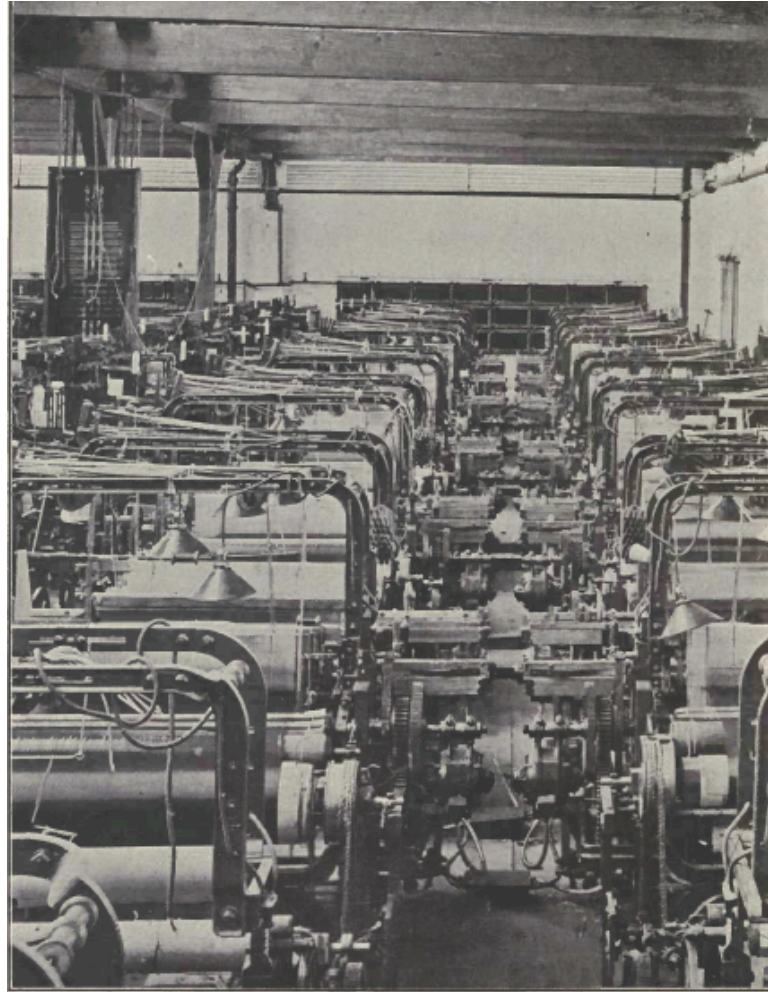
Máquina de vapor de Watt, principios de la Revolución Industrial, mediados del siglo XVIII.



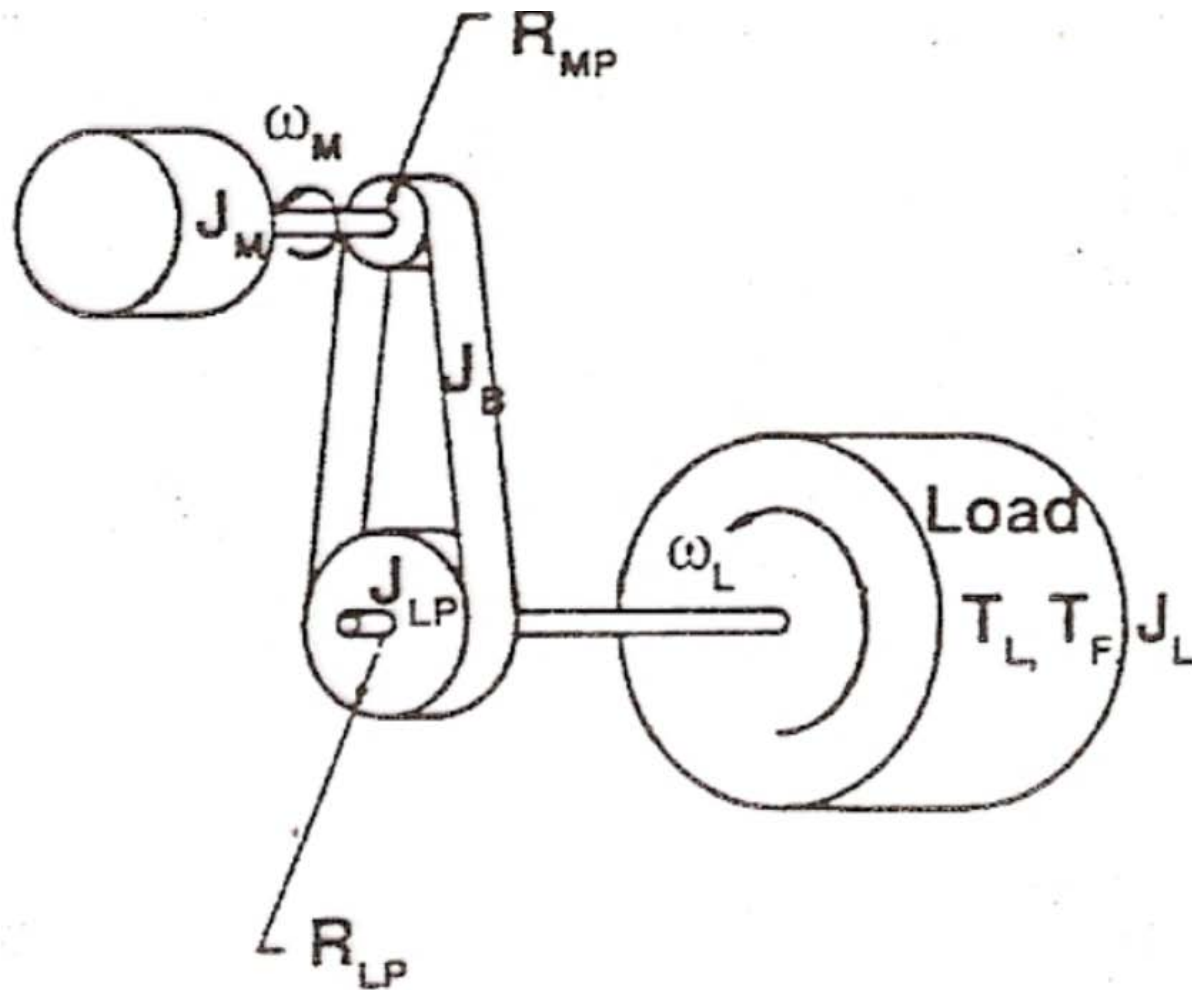
Vista de un taller de telares, finales siglo XIX.

Una de las ventajas de los motores eléctricos es la posibilidad de emplear uno (o varios, de ser necesario) para activar cada máquina individualmente, lo que simplifica extraordinariamente tanto la instalación de la fábrica como su operación (cada máquina se puede activar o apagar en forma independiente).





Vista del mismo taller, modernizado con motores eléctricos en las máquinas, principios siglo XX



Esquema básico del acople con poleas y correa de transmisión

## Hipótesis de análisis:

1-No existe deslizamiento relativo entre la polea y la correa en la zona de contacto (o entre las dos ruedas en el punto de contacto)

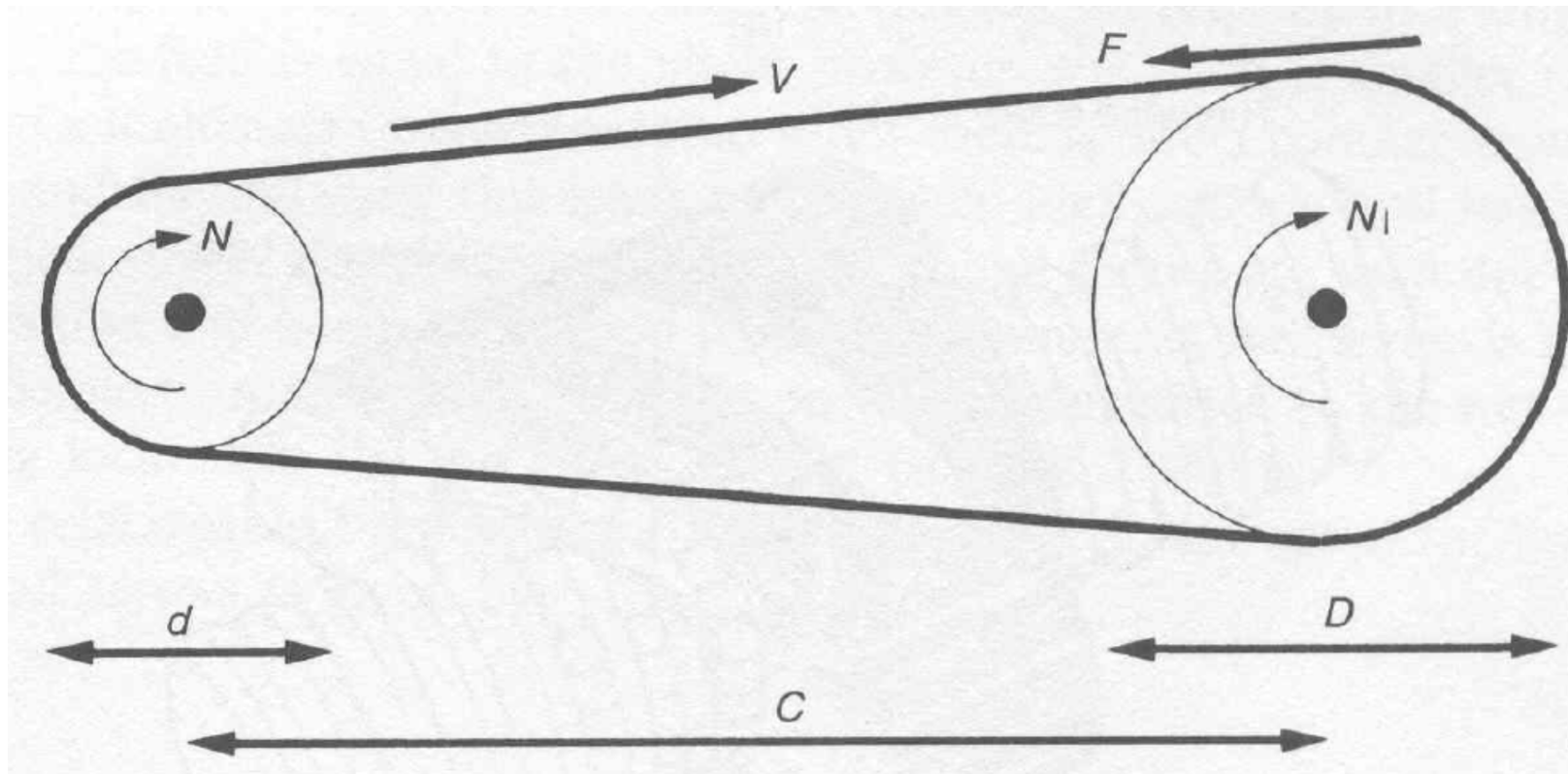
2-La correa es totalmente inelástica.

3-Las ruedas/poleas son indeformables.

La primera hipótesis implica que la fuerza de fricción entre la correa y cada una de las poleas (o entre las dos ruedas en contacto) es superior a la fuerza tangencial producida por el par aplicado al eje.

En cualquier circunstancia en la cual la fuerza de fricción es inferior al par aplicado la correa "patina" o desliza, esto es, se mueve mas lentamente que la periferia de la rueda, y el acople se interrumpe.

El patinaje se puede producir debido a un exceso de par aplicado, o a una reducción en la fuerza de fricción, bien porque la correa se dilata o porque se introducen contaminantes lubricantes entre la correa y la polea.



## Acople por poleas

$V$ : velocidad lineal de la correa

$F$ : Fuerza en la correa

$d, D$ : diámetros de las ruedas de polea

$N, N_1$ : Velocidades de giro de las ruedas de polea

$C$ : distancia entre los ejes de las ruedas de polea

Si no hay deslizamiento se cumple:

$$v_c = 2\pi r_1 n_1 = 2\pi r_1 \left( \frac{\omega_1}{2\pi} \right)$$

$$v_c = 2\pi r_2 n_2 = 2\pi r_2 \left( \frac{\omega_2}{2\pi} \right)$$

donde:

$v_c$  = velocidad (lineal) de desplazamiento de la correa

$r_1$  = radio de la polea "1"

$n_1$  = número de vueltas de la polea "1"

$\omega_1$  = velocidad angular de la polea "1"

$r_2$  = radio de la polea "2"

$n_2$  = número de vueltas de la polea "2"

$\omega_2$  = velocidad angular de la polea "2"

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

La correa no interviene en la relación de transferencia, que sería exactamente igual si se elimina la polea y el acople se establece colocando las dos ruedas en contacto directo; en general se usa la correa porque presenta un área de contacto con las ruedas mucho mas grande lo que, en igualdad de condiciones de fricción, permite acoplar un par mucho mas elevado; adicionalmente hay ventajas secundarias en la mayor libertad en la posición relativa de los ejes, que pueden llegar a ser ortogonales entre si.

Si el acople es ideal, no hay pérdidas, por lo que:

$$P_1 = P_2$$

y como  $P = T\omega$

$$T_1\omega_1 = T_2\omega_2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$



donde el factor de acople de torque es:  $\frac{r_1}{r_2}$

y el factor de acople de velocidad es:  $\frac{r_2}{r_1}$

Si el eje “1” está acoplado directamente al rotor del motor, la inercia rotacional asociada con los elementos que giran en el eje motriz,  $J_m$ , resulta:

$$J_m = J_{rm} + J_{e1} + J_1$$

donde:

$J_{rm}$  es la inercia rotacional del rotor del motor.

$J_{e1}$  es la inercia rotacional del eje 1, eje que actúa como acople motor-polea 1 (eje motriz).

$J_1$  es la inercia rotacional de la polea 1.

Si el eje “2” está acoplado directamente a la carga, la inercia rotacional asociada con los elementos que giran en el eje de carga,  $J_l$ , resulta:

$$J_l = J_{l'} + J_{e2} + J_2$$

donde:

$J_{l'}$  es la inercia rotacional de la carga.

$J_{e2}$  es la inercia rotacional del eje 2, que actúa como acople polea 2-carga (eje de carga).

$J_2$  es la inercia rotacional de la polea 2.

Nota: en esta discusión se considera que la masa de la banda es despreciable.

En el caso general, si existen otros elementos tales como acoples rotor-eje, carga-eje, las partes que giran de los cojinetes de soporte, etc., cuya inercia rotacional se considere significativa, los componentes correspondientes deben sumarse a las inercias rotacionales del lado motriz o del lado de carga, según corresponda.

Si el par motriz del motor acoplado al eje 1 es  $T_m$ , y sobre la carga acoplada al eje "2" se ejerce un par resistente  $T_l$ , se cumple:

$$T_1 = T_m - J_m \frac{d\omega_1}{dt}$$

$$T_2 = T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt}$$

$$T_2 = T_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\left( T_m - J_m \frac{d\omega_1}{dt} \right) \frac{\omega_1}{\omega_2} = \left( T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \right)$$

$$T_m - J_m \frac{d\omega_1}{dt} = \left( T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega_1}{dt} + \left( T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega_1}{dt} + T_l \frac{\omega_2}{\omega_1} + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

pero:

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\left(\omega_1 \frac{r_1}{r_2}\right)}{dt} = \frac{r_1}{r_2} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{d\omega_1}{dt}$$

luego:

$$T_m = T_l \frac{\omega_2}{\omega_1} + J_m \frac{d\omega_1}{dt} + J_l \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}$$

$$T_m = T_l \frac{r_1}{r_2} + J_m \frac{d\omega_1}{dt} + J_l \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}$$

que usualmente se escribe como:

$$T_m = T_{lr} + (J_m + J_{lr}) \frac{d\omega_1}{dt}$$

donde:

El torque de carga reflejado,  $T_{lr}$ , es:

$$T_l \frac{\omega_2}{\omega_1} = T_l \frac{r_1}{r_2}$$



La inercia de carga reflejada,  $J_{lr}$ , es:

$$J_l \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{d\omega_1}{dt} = J \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}$$

El factor de acople de la inercia rotacional es:

$$\left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

Y la potencia mecánica que debe proporcionar el motor,  $P_m$ , es:

$$P_m = T_m \omega_1$$

## Pérdidas en el acople.

En la práctica siempre hay pérdidas de energía en los acoples; la energía entregada en el eje de carga es menor a la recibida en el eje de entrada debido a pérdidas inevitables (fricción en los ejes, desplazamiento del aire, flexión en la correa, deformaciones en las ruedas, etc.).

Usualmente las pérdidas en un acople poleas-banda (o rueda-rueda) se definen en base a la eficiencia ( $\eta$ ) del acople:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

donde:

$P_1$  es la potencia aplicada al eje de la polea 1.

$P_2$  es la potencia obtenida en el eje de la polea 2.

La eficiencia de un acople rueda-polea bien instalado y mantenido está en el orden del 95% en cada acople individual.

Si se conoce la eficiencia del acople, las pérdidas deben ser tomadas en cuenta, y la potencia mecánica que debe efectivamente entregar el motor para compensar las pérdidas en el acople,  $P_{me}$ , es:

$$P_{me} = \frac{P_m}{\eta}$$

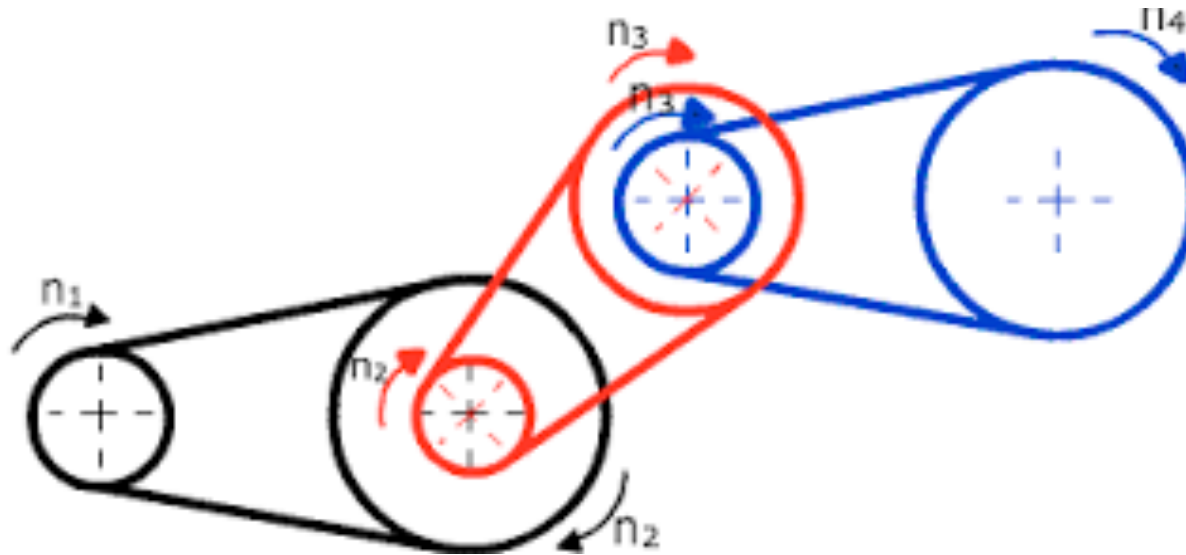
donde  $P_m$  es la potencia mecánica calculada sin tomar en cuenta la eficiencia del acople.

Los acoples poleas-banda o rueda-rueda son bidireccionales en el flujo de potencia, la eficiencia es la misma si se invierten las funciones de los dos ejes.

## Acople de poleas en cascada.

Si la diferencia de velocidades requerida entre el eje motriz y el eje de carga es muy grande, lo que implica una gran diferencia de diámetros entre las dos poleas, puede haber problemas mecánicos por deslizamiento en el acople.

Esto se puede solucionar mediante un acople de poleas en cascada:



En este caso, se debe proceder en cascada, reflejando por pasos a partir de la carga a cada uno de los ejes intermedios, hasta llegar al eje motriz.

Por supuesto, la eficiencia del arreglo será menor, ya que la eficiencia  $\eta_a$  de un arreglo de  $n$  etapas resulta:

$$\eta_a = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n$$

Arreglo con múltiples cargas en ejes independientes.

El sistema de acople rueda-banda se puede expandir incluyendo mas de dos ruedas, de forma que un solo eje motriz puede actuar a varias cargas.

En este caso cada carga debe reflejarse en forma independiente sobre el eje motriz:

$$T_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + \sum_{i=1}^n \left[ T_{li} \frac{r_m}{r_i} + J_{li} \left( \frac{r_m}{r_i} \right)^2 \frac{d\omega_m}{dt} \right]$$

donde el subíndice "m" indica que la variable está asociada al eje motriz, y el subíndice "i" que la variable está asociada al i-ésimo eje de carga.

Por supuesto, la potencia total entregada por el motor es igual a la suma de todas las potencias consumidas por las cargas, tomando en cuenta la eficiencia de los acoples.



Sistema poleas-banda con dos cargas alimentadas con una sola banda

Este sistema se puede expandir indefinidamente, usando un eje motriz largo sobre el cual se pueden instalar un número de poleas motrices, cada una de las cuales mueve una banda que, a su vez, puede activar varias poleas de carga.

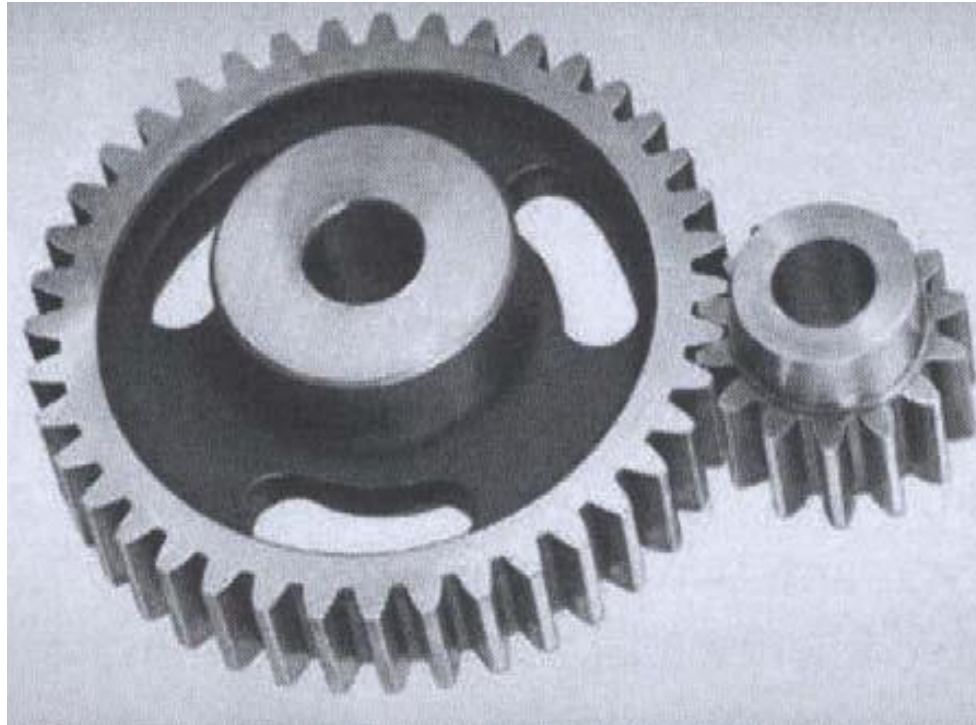
Este sistema fue muy popular en el pasado, donde una sola fuente de energía rotacional (rueda hidráulica o motor de vapor) debía energizar todas las máquinas de una fábrica.



## ACOPLE CON RUEDAS DENTADAS (ACOPLE CON ENGRANAJES)

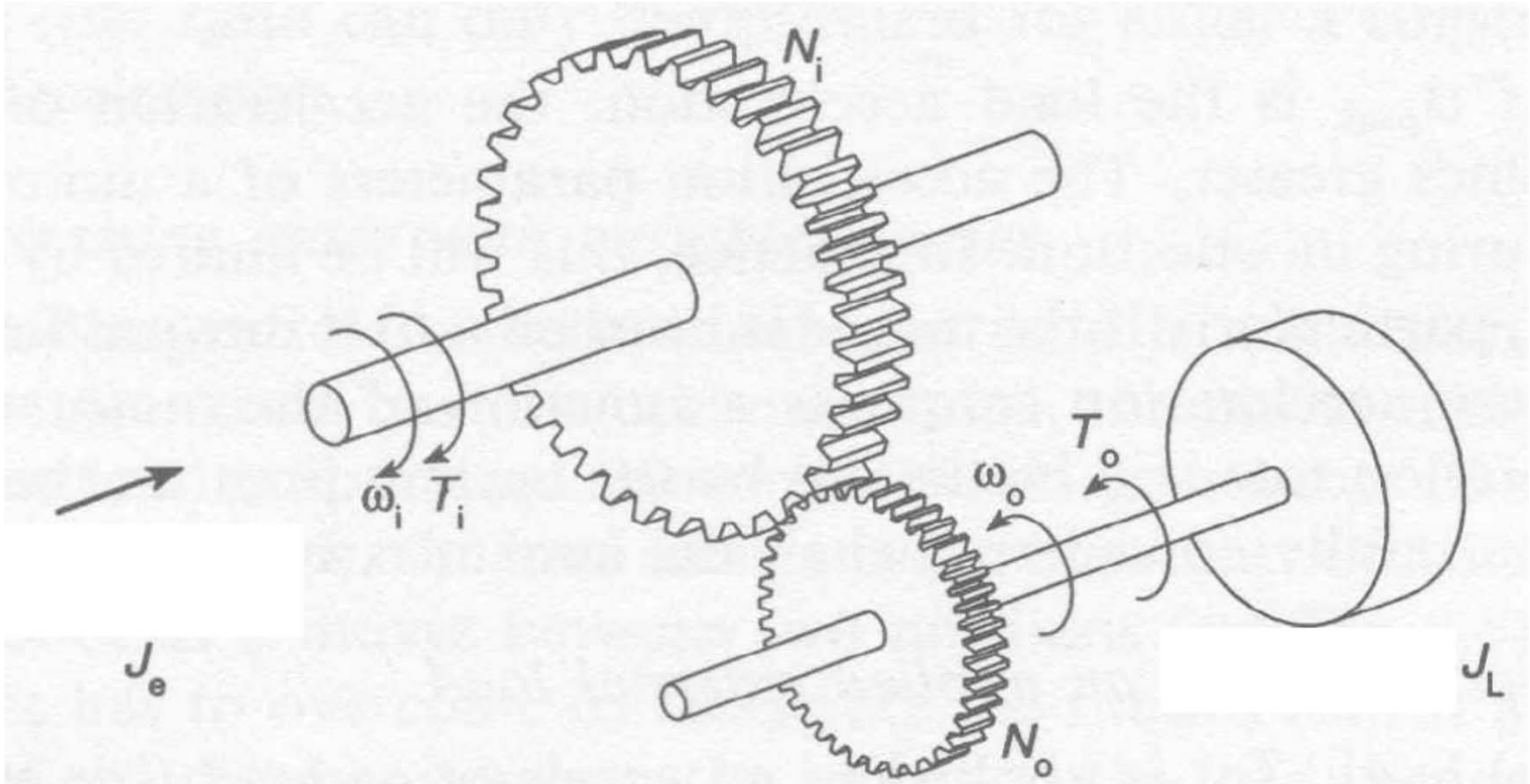
El par máximo que puede ser acoplado con un sistema de poleas está limitado por el coeficiente de fricción entre la correa y las poleas, para evitar que la banda patine, se sobrecaliente y sufra daños.

Para superar este problema se desarrollaron los acoples con ruedas dentadas, en los cuales la fuerza se trasmite por contacto directo entre los dientes de los engranajes (usualmente de acero de alta resistencia), elevando significativamente el nivel de par que puede ser acoplado.



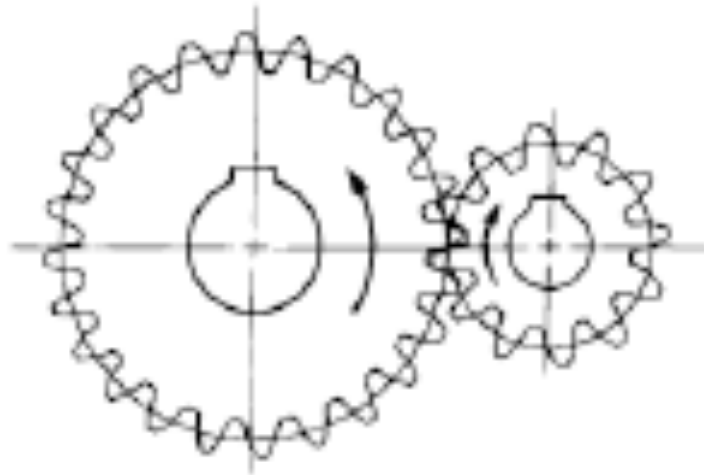
Par de engranajes industriales.

Como se observa los dientes deben ser de las mismas dimensiones en ambas ruedas dentadas para que pueda establecerse el acople.



Arreglo de engranajes

Hipótesis de análisis: “El número de dientes de cada engranaje que “cruza” la zona de contacto en un intervalo de tiempo dado es necesariamente en mismo”



Esto es:

$$N_1\omega_1 = N_2\omega_2$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

donde:

$N_1$  = número de dientes en el engranaje “1”

$\omega_1$  = velocidad angular del engranaje “1”

$N_2$  = número de dientes en el engranaje “2”

$\omega_2$  = velocidad angular del engranaje “2”

Si el acople es ideal, no hay pérdidas, por lo que:

$$P_1 = P_2$$

y como  $P = T\omega$

$$T_1\omega_1 = T_2\omega_2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

donde el factor de acople de torque es:  $\frac{N_1}{N_2}$

y el factor de acople de velocidad es:  $\frac{N_2}{N_1}$

Si el eje “1” está acoplado directamente al rotor del motor, la inercia rotacional asociada con los elementos que giran en el eje motriz,  $J_m$ , resulta:

$$J_m = J_{rm} + J_{e1} + J_1$$

donde:

$J_{rm}$  es la inercia rotacional del rotor del motor.

$J_{e1}$  es la inercia rotacional del eje 1, eje que actúa como acople motor-engranaje 1 (eje motriz).

$J_1$  es la inercia rotacional del engranaje 1.

Si el eje “2” está acoplado directamente a la carga, la inercia rotacional asociada con los elementos que giran en el eje de carga,  $J_l$ , resulta:

$$J_l = J_{l'} + J_{e2} + J_2$$

donde:

$J_{l'}$  es la inercia rotacional de la carga.

$J_{e2}$  es la inercia rotacional del eje 2, que actúa como acople engranaje 2-carga (eje de carga).

$J_2$  es la inercia rotacional del engranaje 2.



En el caso general, si existen otros elementos tales como acoples rotor-eje, carga-eje, las partes que giran de los cojinetes de soporte, etc., cuya inercia rotacional se considere significativa, los componentes correspondientes deben sumarse a las inercias rotacionales del lado motriz o del lado de carga, según corresponda.

Si el par motriz del motor acoplado al eje 1 es  $T_m$ , y sobre la carga acoplada al eje "2" se ejerce un par resistente  $T_l$ , se cumple:

$$T_1 = T_m - J_m \frac{d\omega_1}{dt}$$

$$T_2 = T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt}$$

$$T_2 = T_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\left( T_m - J_m \frac{d\omega_1}{dt} \right) \frac{\omega_1}{\omega_2} = \left( T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \right)$$

$$T_m - J_m \frac{d\omega_1}{dt} = \left( T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega_1}{dt} + \left( T_l + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega_1}{dt} + T_l \frac{\omega_2}{\omega_1} + J_l \frac{d\omega_2}{dt} \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Para referir todos los términos al eje del motor:

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\left(\omega_1 \frac{N_1}{N_2}\right)}{dt} = \frac{N_1}{N_2} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{d\omega_1}{dt}$$

luego:

$$T_m = T_l \frac{\omega_2}{\omega_1} + J_m \frac{d\omega_1}{dt} + J_l \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}$$

$$T_m = T_l \frac{N_1}{N_2} + J_m \frac{d\omega_1}{dt} + J_l \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}$$

que usualmente se escribe como:

$$T_m = T_{lr} + (J_m + J_{lr}) \frac{d\omega_1}{dt}$$

donde:

El par de carga reflejado,  $T_{lr}$ , es:

$$T_l \frac{\omega_2}{\omega_1} = T_l \frac{N_1}{N_2}$$

La inercia de carga reflejada,  $J_{lr}$ , es:

$$J_l \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \frac{d\omega_1}{dt} = J_l \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}$$

El factor de acople de la inercia rotacional es:

$$\left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Y la potencia mecánica que debe proporcionar el motor,  $P_m$ , es:

$$P_m = T_m \omega_1$$

Usualmente las pérdidas en un acople de engranajes se definen en base a la eficiencia ( $\eta$ ) del mismo:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

donde:

$P_1$  es la potencia aplicada al eje del engranaje 1.

$P_2$  es la potencia obtenida en el eje del engranaje 2.

La eficiencia de un acople de engranajes bien mantenido está en el orden del 93 al 98% según el tipo de engranajes.

Los acoples de engranajes son bidireccionales en el flujo de potencia, la eficiencia es la misma si se invierten las funciones de los dos ejes.

Si se conoce la eficiencia del acople, las pérdidas deben ser tomadas en cuenta, y la potencia mecánica que debe efectivamente entregar el motor para compensar las pérdidas en el acople,  $P_{me}$ , es:

$$P_{me} = \frac{P_m}{\eta}$$

donde  $P_m$  es la potencia mecánica calculada sin tomar en cuenta la eficiencia del acople.

La eficiencia de un acople por engranajes puede superar el 90%, cuando el sistema opera al 50% o más del par máximo.





La existencia de esta diferencia de tamaño significa que, en el momento en que se debe cambiar la dirección de giro, el diente correspondiente al engranaje motriz se desplazará la distancia de la holgura antes de que entre en contacto con el diente del engranaje de carga, y que si el error de posición es menor que la holgura, no podrá ser corregido.

Este efecto no es significativo cuando el sistema está en movimiento continuo por intervalos de tiempo relativamente largos, pero determina un límite absoluto a la precisión del posicionamiento que es posible lograr con un sistema de engranajes dado.

Cambiando la forma básica de los dientes es posible además operar con ejes perpendiculares, en vez de paralelos, lo que es necesario, o por lo menos conveniente, en algunas aplicaciones.

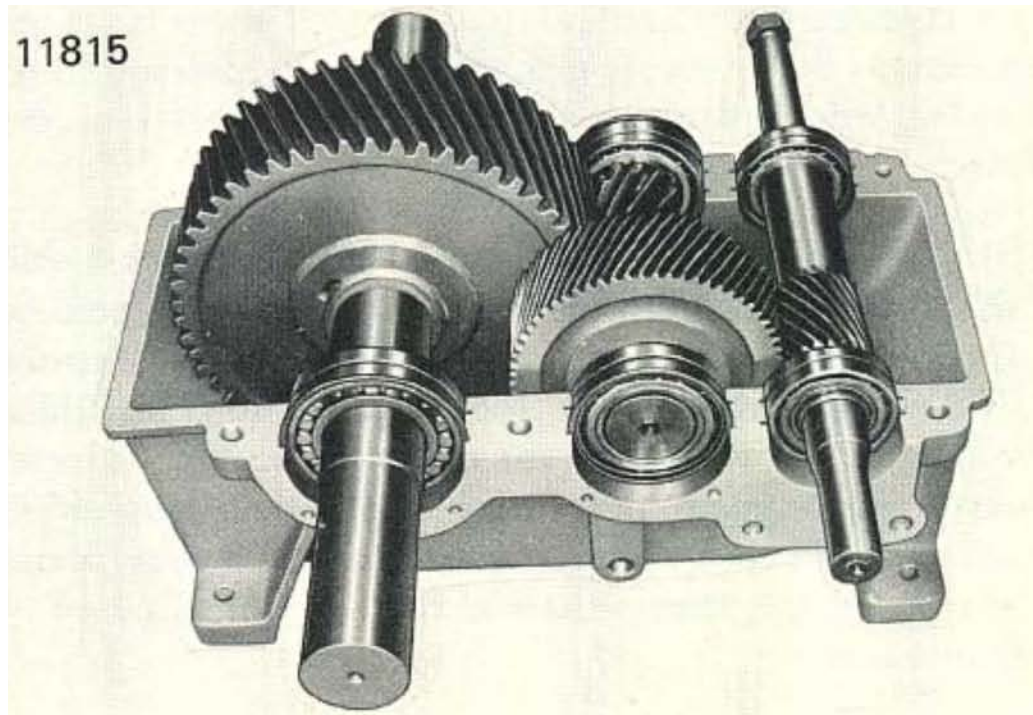
bevel



worm

Arreglos con múltiples pares de engranajes: cajas reductoras.

En muchos casos es físicamente imposible lograr el factor de relación entrada-salida con un solo par de engranajes, lo que obliga a emplear un arreglo en cascada de varias parejas de engranajes, formando un conjunto que se conoce como caja reductora.



En el ejemplo de la figura, el eje de la derecha es la entrada (bajo par a alta velocidad,  $\omega_s$ ), y el de la izquierda es el eje de salida (alto par a baja velocidad,  $\omega_e$ ), con dos pares de engranajes; la velocidad de salida del primer par,  $\omega_{s1}$ , que es la velocidad de giro del eje intermedio, es, evidentemente la velocidad de entrada del segundo,  $\omega_{e2}$ :

$$\omega_{s1} = \omega_e \frac{N_{11}}{N_{21}}$$

$$\omega_{s1} = \omega_{e2}$$

$$\omega_s = \omega_{e2} \frac{N_{12}}{N_{22}} \Rightarrow \omega_{s2} = \omega_e \left( \frac{N_{11}}{N_{21}} \right) \left( \frac{N_{12}}{N_{22}} \right)$$

Y, en general, para n pares de engranajes:

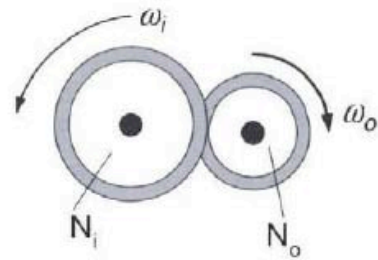
$$\omega_s = \omega_e \left( \frac{N_{11}}{N_{21}} \right) \cdots \left( \frac{N_{1n}}{N_{2n}} \right)$$

Dado que en una caja de engranajes la relación final es el producto de las relaciones de transferencia de todos los pares, en primera aproximación la caja se puede caracterizar por las relaciones finales, sin entrar en el detalle de la estructura interna exacta.

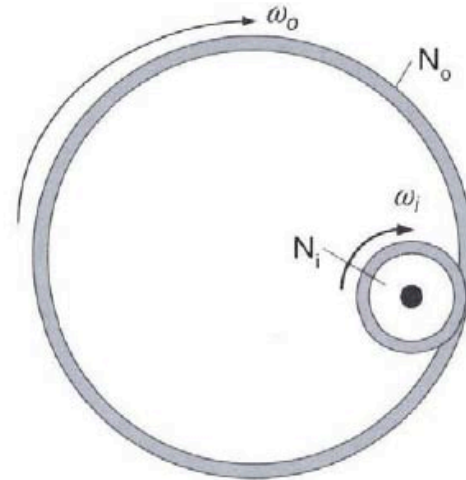
Por supuesto, la eficiencia del arreglo será menor, ya que la eficiencia  $\eta_a$  de un arreglo de n etapas resulta:

$$\eta_a = \eta_1 \eta_2 \cdots \eta_n$$

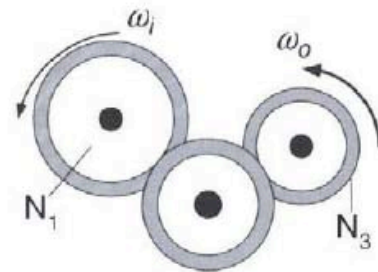
por lo que se debe usar el arreglo mas sencillo que sea posible.



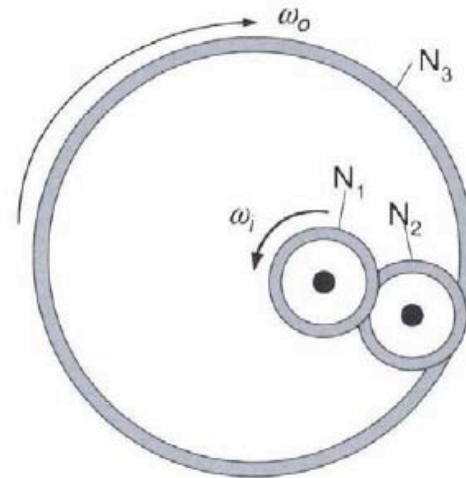
Par de engranajes,  
arreglo externo



Par de engranajes,  
arreglo interno



Tren de engranajes,  
arreglo externo



Tren de engranajes,  
arreglo interno

Los arreglos de engranajes puede ser "externos", cuando los dientes de engranaje están en la periferia de las ruedas, o "internos", cuando una de las ruedas es hueca y los dientes de esa rueda están en la cara interior.

En un arreglo "externo" básico de dos engranajes los dos ejes giran direcciones opuestas; en el arreglo básico de dos engranajes "interno" los dos ejes giran en la misma dirección.

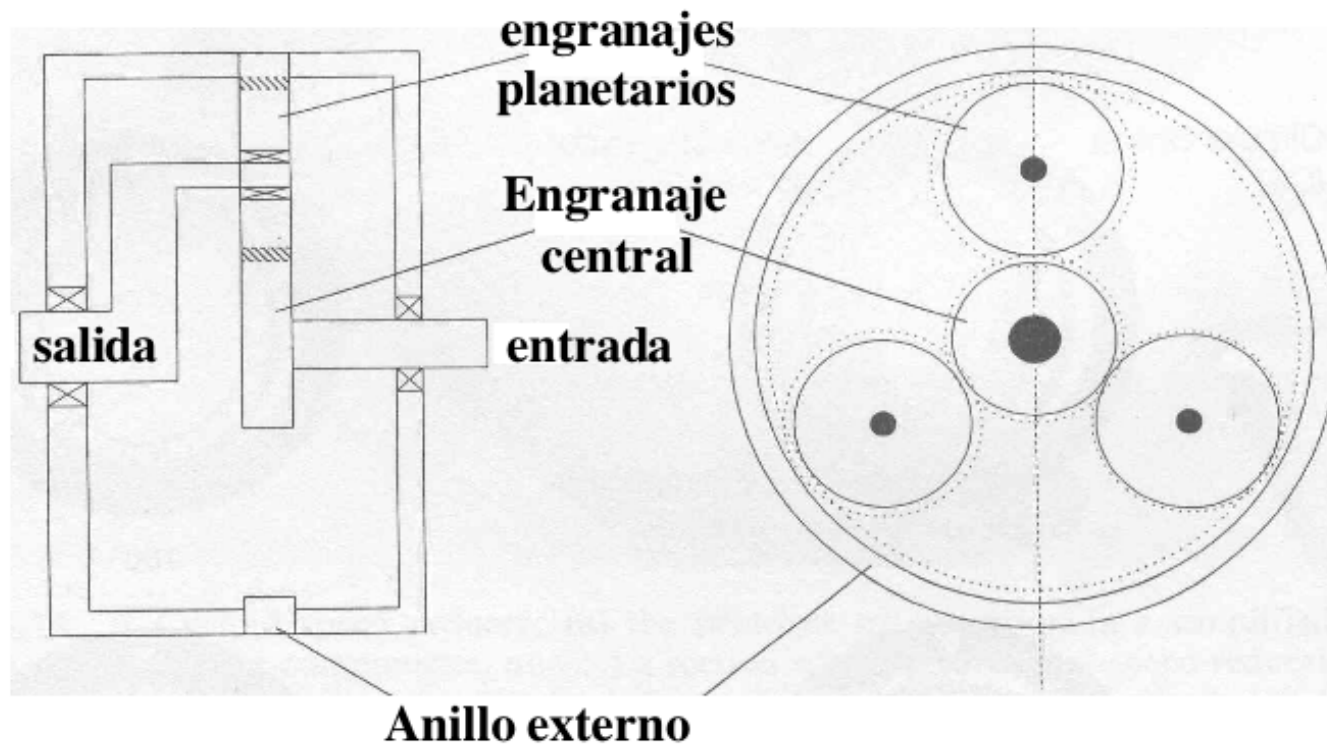


En aplicaciones donde el espacio ocupado debe ser minimizado, puede ser conveniente usar una caja con un arreglo "interno" de engranajes, cuyo eje de salida esté en línea con el eje de entrada, de forma que el motor y la caja estén alineados longitudinalmente y básicamente formen una sola unidad.

Estas cajas pueden ser con un arreglo de engranajes del tipo convencional ("spur gearhead"), o con un arreglo tipo "planetario"



Corte de una caja tipo "spur gearhead"



**Caja de engranajes planetarios**

La relación de acople de una caja planetaria de una sola etapa es:

$$\frac{\omega_{sol} - \omega_{portador}}{\omega_{anillo} - \omega_{portador}} = -\frac{N_{dientesanillo}}{N_{dientessol}}$$

o, re-arreglando:

$$\omega_{portador} = \frac{N_{dientessol}\omega_{sol} - N_{dientesanillo}\omega_{anillo}}{N_{dientessol} - N_{dientesanillo}}$$

La caja planetaria de una etapa es de alta eficiencia, hasta el 98%, bajo peso, mínimo "backslash", y con dos modos de operación:

a.- Caja simple: El anillo está fijo ( $\omega_{\text{anillo}}=0$ ), la caja opera como una caja de relación fija.

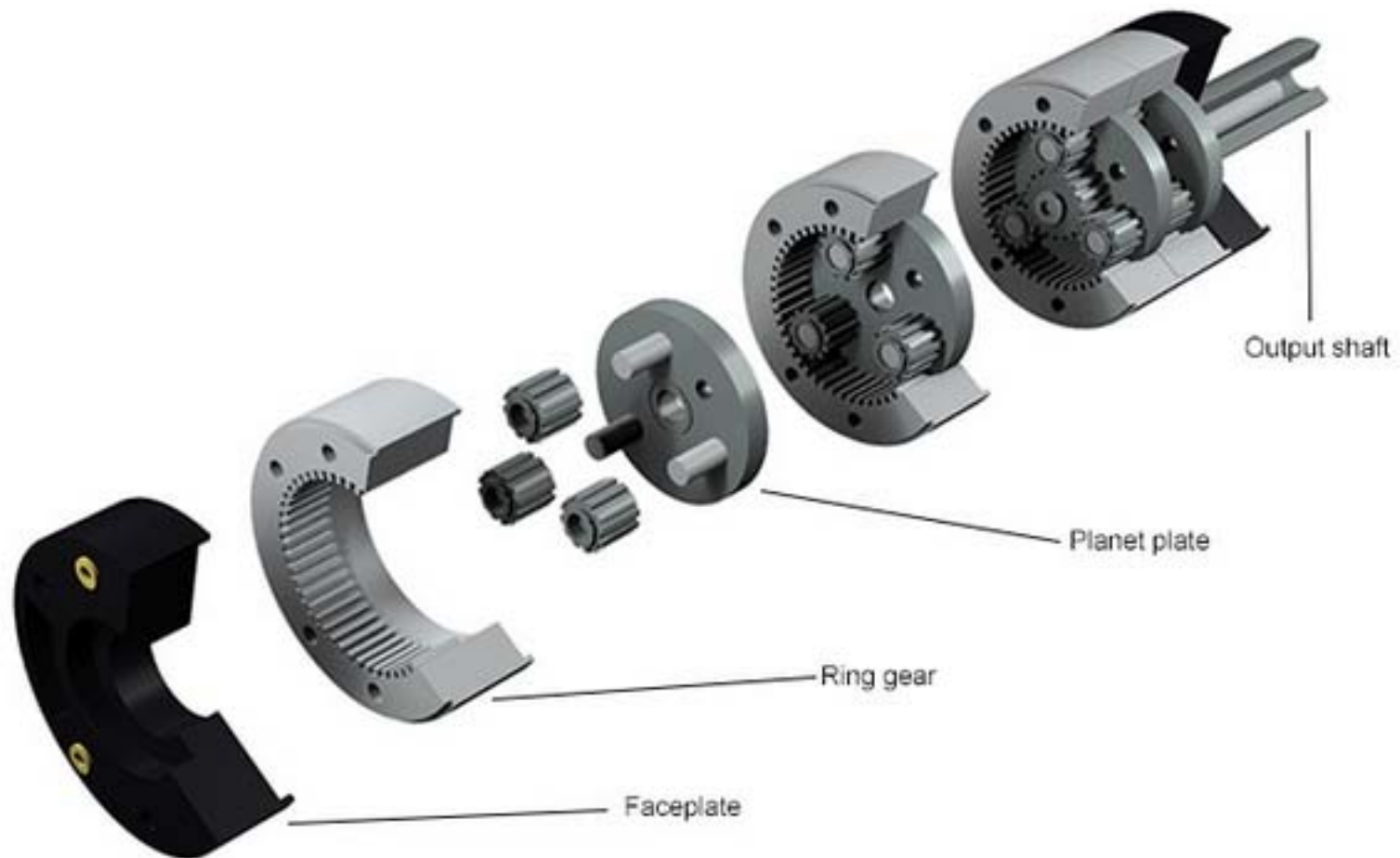
Por ejemplo, si hay 200 dientes en el anillo y 40 en la rueda sol, y el eje de la rueda sol (entrada) gira a 100 r.p.m. en sentido horario (positivo como referencia), la velocidad del eje portador (salida) resulta 25 r.p.m. en sentido antihorario (negativo, esto es, contrario a la referencia positiva).

b.- Caja de relación variable: El anillo se usa como entrada auxiliar.

En el ejemplo anterior ahora se considera que el anillo tiene una velocidad de 5 r.p.m., primero en sentido horario y luego en sentido antihorario

1.- Anillo girando en sentido positivo: La velocidad de salida es 18,75 r.p.m. en sentido antihorario.

2.- Anillo girando en sentido negativo: la velocidad de salida es 31,25 r.p.m. en sentido antihorario.



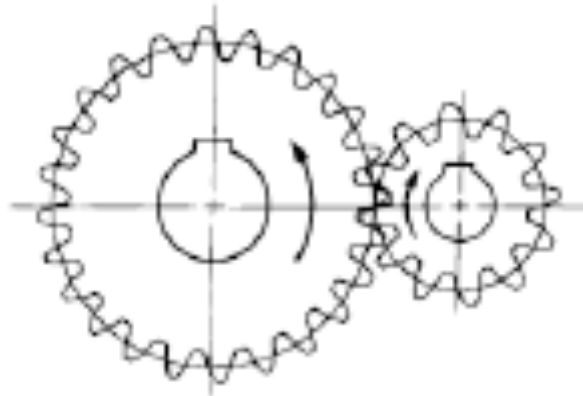
Caja planetaria multi-etapas parcialmente des-ensamblada mostrando los componentes principales de una etapa.

## Cajas de relación variable: cajas de cambio.

Dado que los motores de combustión interna deben trabajar en un rango relativamente estrecho de r.p.m. y solo giran en una dirección, para aumentar el rango de variación de la velocidad del eje de salida y para que este gire en dirección inversa, es preciso usar algún tipo de caja de relación variable, sea por control manual o automático en la cual hay engranajes que se pueden desplazar, entrando o saliendo de contacto, para cambiar la relación de transferencia.

Dado que en general los motores eléctricos pueden variar su velocidad manteniendo el par de salida constante desde cero hasta la velocidad máxima nominal, en la práctica no es usual emplear cajas de relación variable con este tipo de motores.

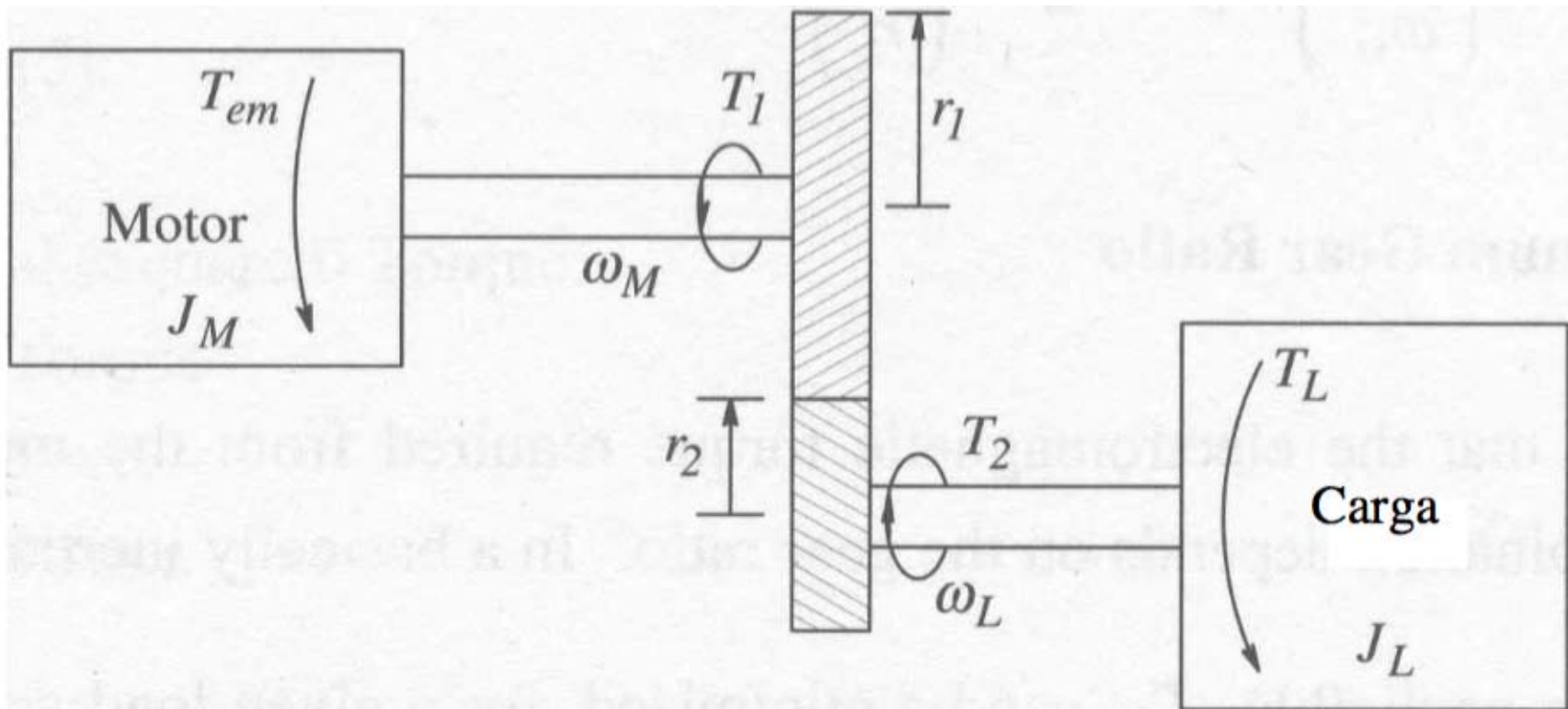
Equivalencia de los acoples polea-correa y engranaje-engranaje.



Como puede observarse, en el acople entre dos ruedas dentadas se puede definir un par de círculos ideales de contacto.

Conocidos los radios de estos círculos, llamados usualmente "radios de contacto", el análisis del acople puede realizarse como si se tratase de dos ruedas lisas directamente en contacto.



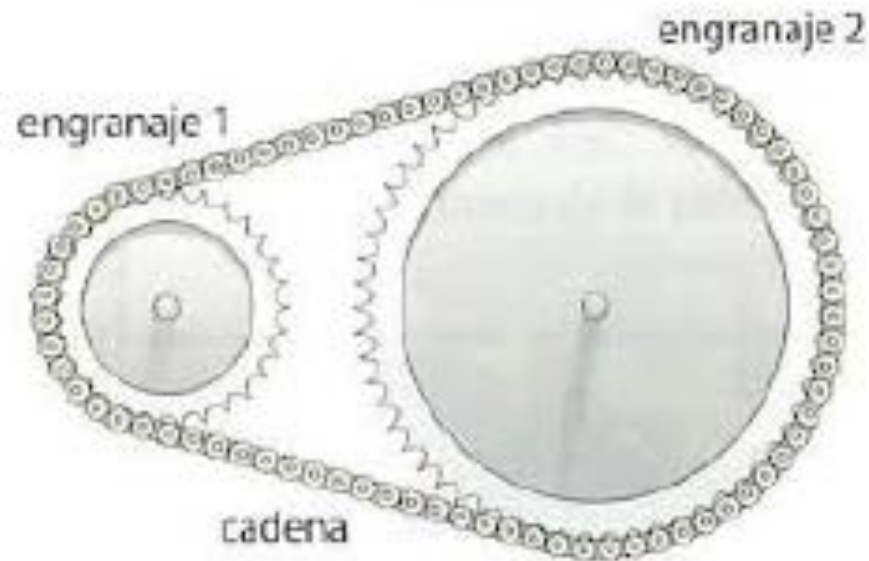


Usando esta aproximación las ecuaciones que se aplican son directamente las de los acoples rueda banda, y no es necesario hacer referencia a los números de dientes de los ruedas de engranaje.

## Acople cadena-engranajes.

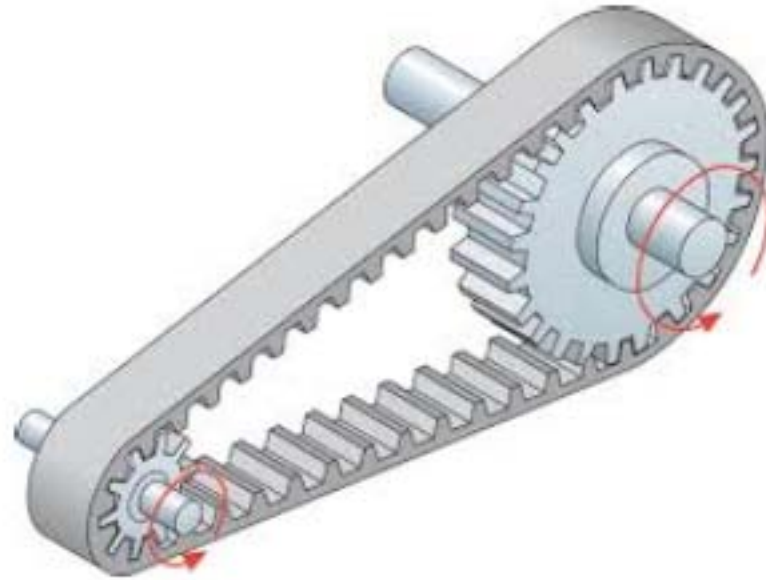
En algunas aplicaciones los ejes que se desea acoplar con un par de engranajes se encuentran separados o no están perfectamente alineados y no es posible que los engranajes interaccionen directamente.

Este inconveniente puede ser resuelto empleando una cadena como medio de conexión.



El paso de los eslabones de la cadena debe ser equivalente a la separación de los dientes; asumiendo que la cadena es totalmente inelástica, este acople funciona en forma equivalente al acople directo entre los dos engranajes, una vez que la masa de la cadena se refleja sobre el eje motriz.

La eficiencia de este tipo de acople bien instalado y mantenido está en el orden del 90%



El mismo resultado se puede lograr usando una correa dentada en vez de la cadena.

Tipo de equipo	Eficiencia	Ventajas	Desventajas
Engranajes convencionales	Alta	Alta velocidad y capacidad de carga. Simple.	Backlash Requiere lubricación. Orientación de ejes inflexible.
Planetaria	Alta	Muy bajo backlash. Compacta y de bajo peso. Bajo mantenimiento.	Diseño complejo. Alto costo. Requiere lubricación. Orientación de ejes inflexible.
Engranajes y cadena	Media	Más silenciosa. Flexibilidad en la orientación de ejes. No requiere lubricación.	Requiere tensionarla. Sensible a cargas de impacto. Puede sufrir estiramiento.

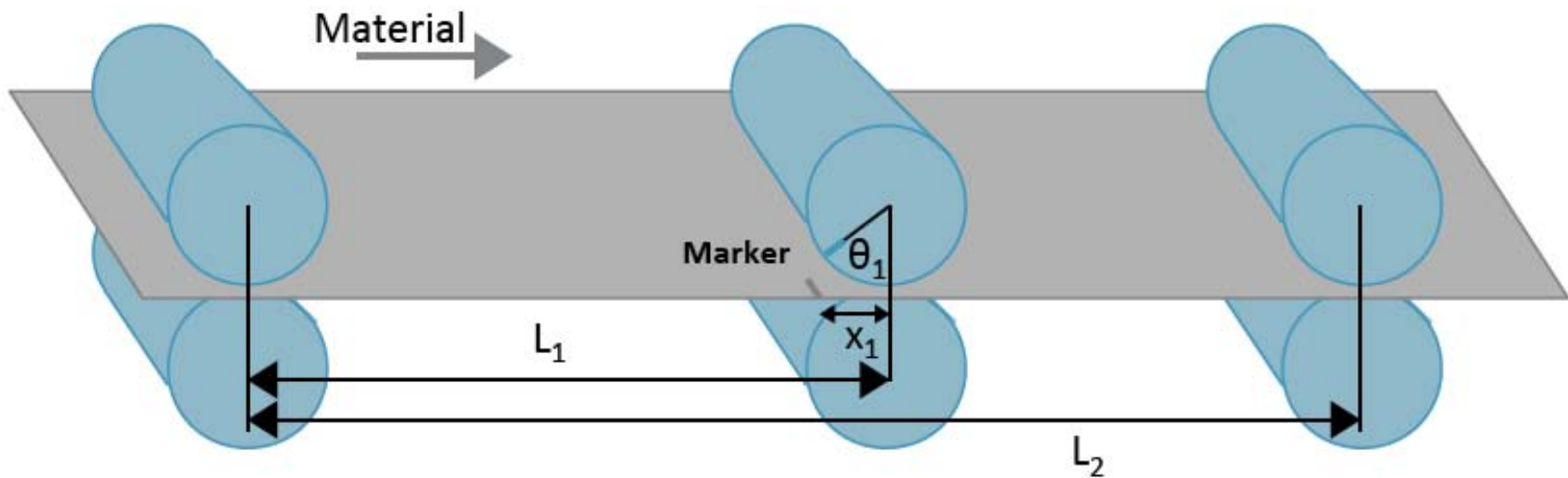
## Sincronización de ejes.

En muchos casos es imprescindible que diversos ejes se muevan en perfecto sincronismo en una máquina.

La forma tradicional de lograr esto es mediante un sistema de acoples que une mecánicamente todos los ejes, para que sean actuados por un solo motor.

El sistema es mecánicamente complejo, las pérdidas de transmisión pueden ser significativas pero una vez establecido solo se requiere controlar la velocidad de un motor (que puede ser de gran potencia).

El sistema es inflexible y no puede ser ajustado sobre la marcha para corregir errores imprevistos que afecten a la sincronización.



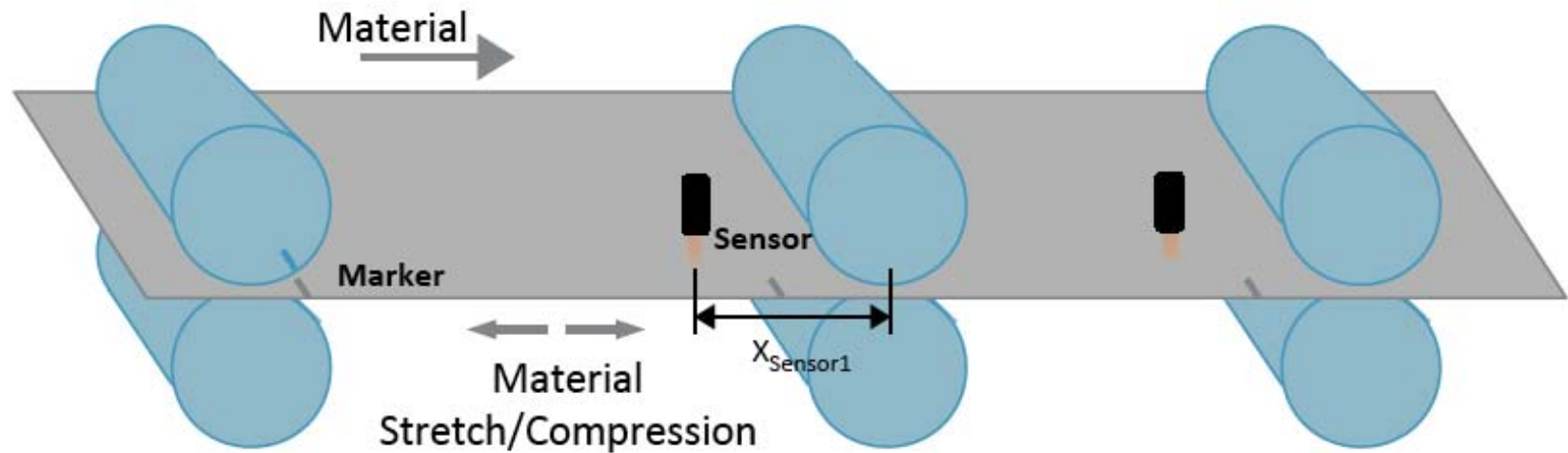
Como ejemplo simple se puede considerar una rotativa de impresión en múltiples colores. Si la velocidad de los rodillos está sincronizada mecánicamente, una vez que el material se desplaza la distancia  $L_1$ , la marca de sincronización estará exactamente en posición bajo el eje marcado en azul en el rodillo 2, pero si el material se estira o encoje, no hay forma de que el error se corrija, porque las velocidades de los rodillos no se pueden regular por separado.

En la tendencia moderna, cada eje tiene un motor eléctrico independiente, de la potencia necesaria para cumplir su función, y la sincronización se logra controlando electrónicamente las velocidades con ayuda de sensores de velocidad y posición.

El sistema es mecánicamente mas simple, las pérdidas de transmisión son mucho menores, los actuadores son de menor potencia, pero se debe controlar la velocidad de múltiples motores, así que el control es mas complejo.

Como contrapartida de la complejidad del control, el sistema es flexible y puede ser ajustado sobre la marcha para corregir errores imprevistos que afecten a la sincronización.





Regresando a la impresora del ejemplo anterior, si la velocidad del par de cilindros centrales se ajusta en función de la información de posición del sensor, dentro de ciertos límites es posible compensar los posibles cambios de longitud en la banda debidos a estiramientos o encogimientos, y lograr la impresión multicolor perfecta deseada.