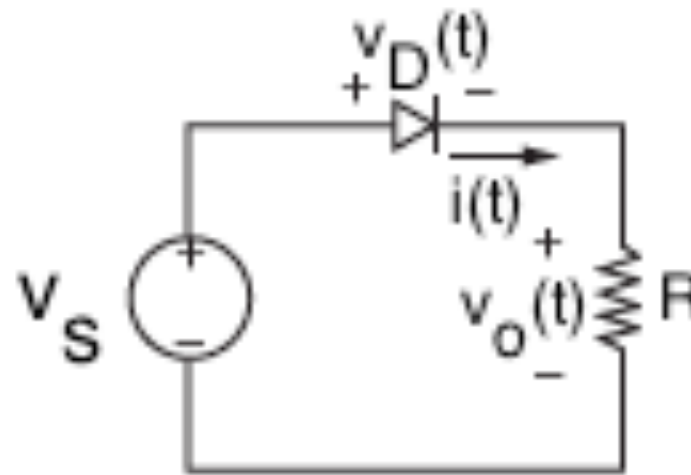
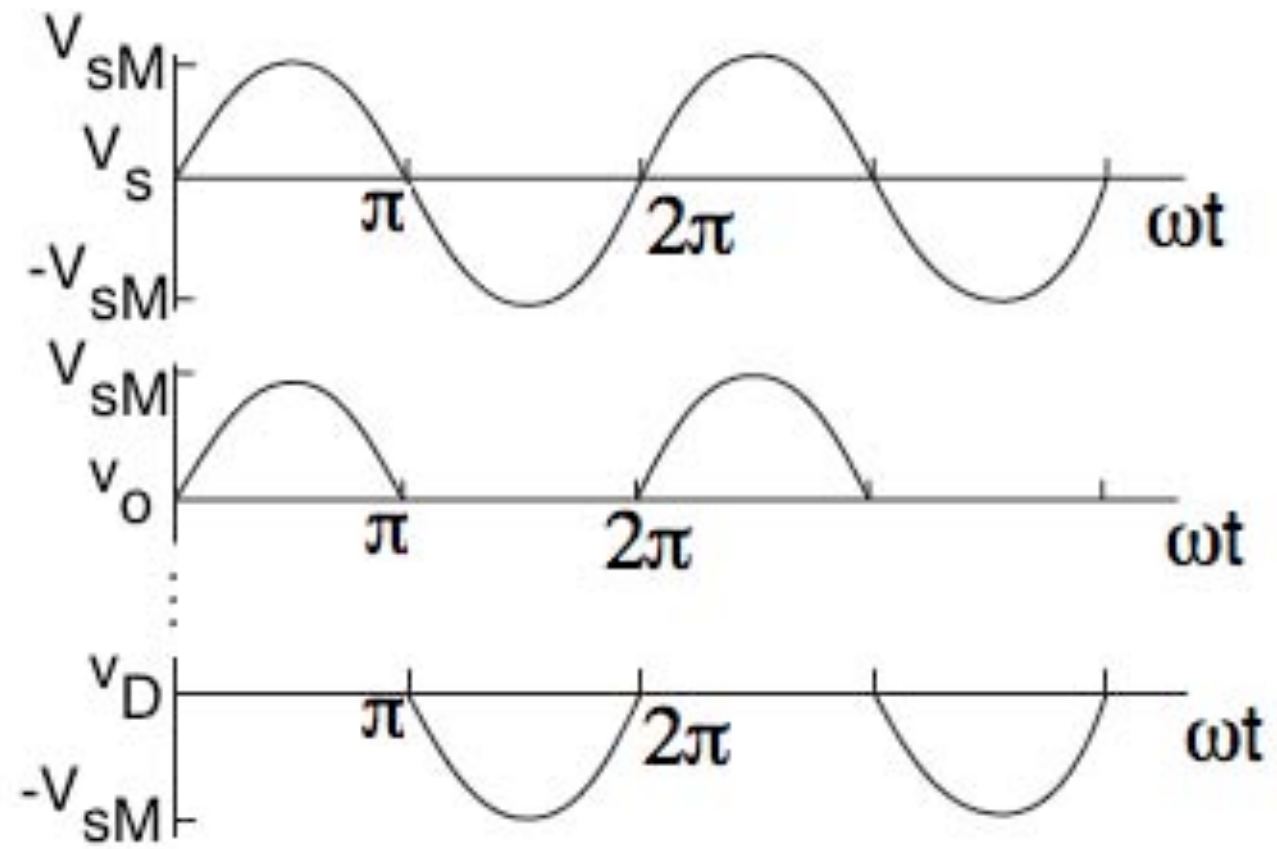


Conversión AC-DC monofásicos.

Configuraciones no controladas

I.- Circuito monofásico con carga resistiva.





Formas de onda del circuito conversor AC-DC monofásico con carga R

El diodo entra en conducción en el ángulo $\omega t = 0^+$, cuando la tensión V_{AK} se hace positiva, y conduce durante todo el semiciclo positivo, aplicándole la tensión de la fuente a la resistencia.

El diodo se bloquea en el ángulo $\omega t = \pi$, cuando la corriente circulante se hace cero.

El diodo permanece bloqueado durante todo el semiciclo negativo, cuando la tensión V_{AK} es negativa.

La componente DC de la tensión de carga, V_o , es el valor promedio de un semiciclo de la tensión de línea:

$$V_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_M \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = \frac{V_M}{\pi}$$

El valor rms de la tensión de salida, V_{orms} es:

$$V_{orms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} [V_M \text{sen}(\omega t)]^2 d(\omega t)} = \frac{V_M}{2}$$

La componente DC de la corriente de carga, I_o , es:

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{V_M}{\pi R}$$

Y su valor rms es:

$$I_{or\,ms} = \frac{V_{or\,ms}}{R} = \frac{V_M}{2R}$$

La potencia promedio entregada a la carga, P_o , es:

$$P_o = I_{or\,ms}^2 R = \frac{V_{or\,ms}^2}{R} = \frac{V_M^2}{4R}$$

Ejercicio:

En un rectificador monofásico no controlado con carga R, se tiene:

Voltaje de entrada: 120 Vrms @ 60Hz

Resistencia de carga: 5Ω

Determine:

- a.-Corriente promedio en la carga.
- b.-Potencia promedio en la carga.
- c.-Factor de potencia del sistema.

a.- La tensión pico de entrada es:

$$V_M = \sqrt{2}V_{rms} = \sqrt{2} * 120V_{rms} \approx 169,7V$$

La corriente DC en la carga, I_o , es:

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{V_M}{\pi R} \approx \frac{169,8V}{\pi * 5\Omega} \approx 10,8A$$

b.-La tensión rms en la carga es:

$$V_{rms} = \frac{V_M}{2} = \frac{\sqrt{2} * 120V_{rms}}{2} \approx 84,9V_{rms}$$

Y la potencia consumida en la resistencia es:

$$P_o = \frac{V_{rms}^2}{R} \approx \frac{(84,9V_{rms})^2}{5\Omega} \approx 1441,6W$$

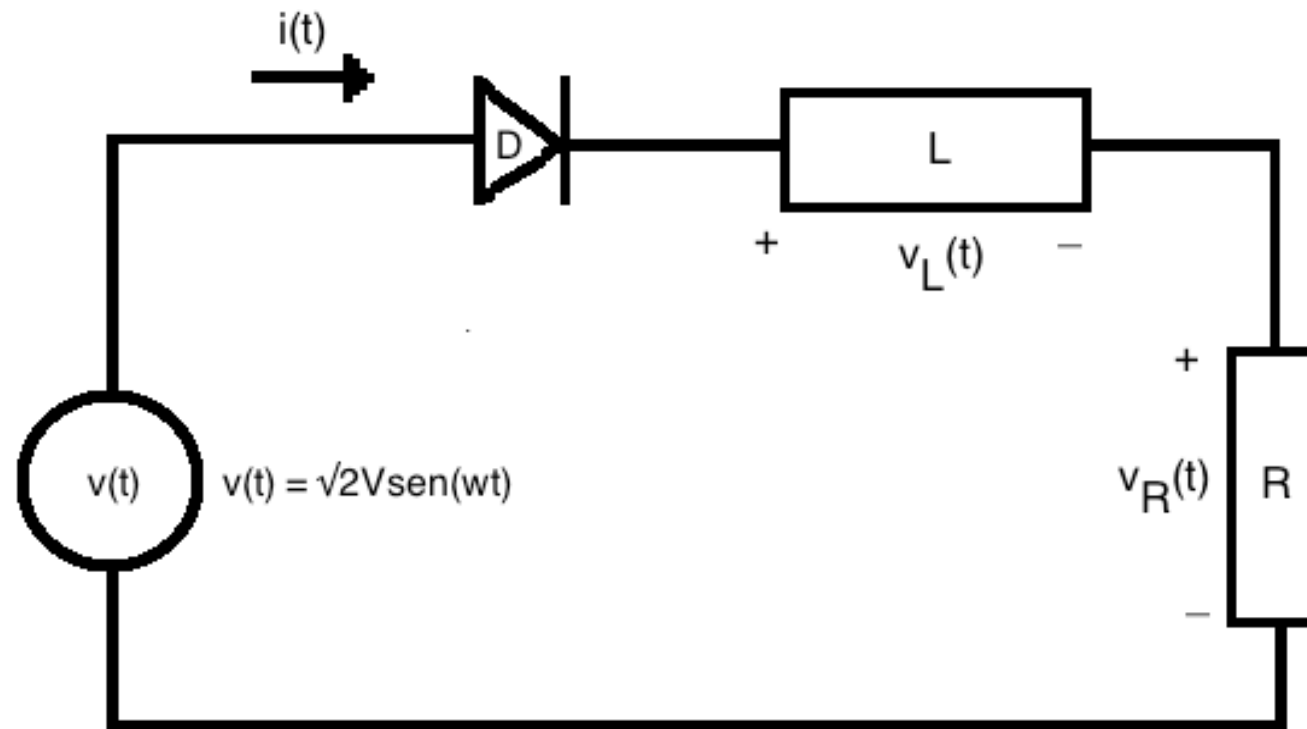
c.-La corriente rms en el sistema es:

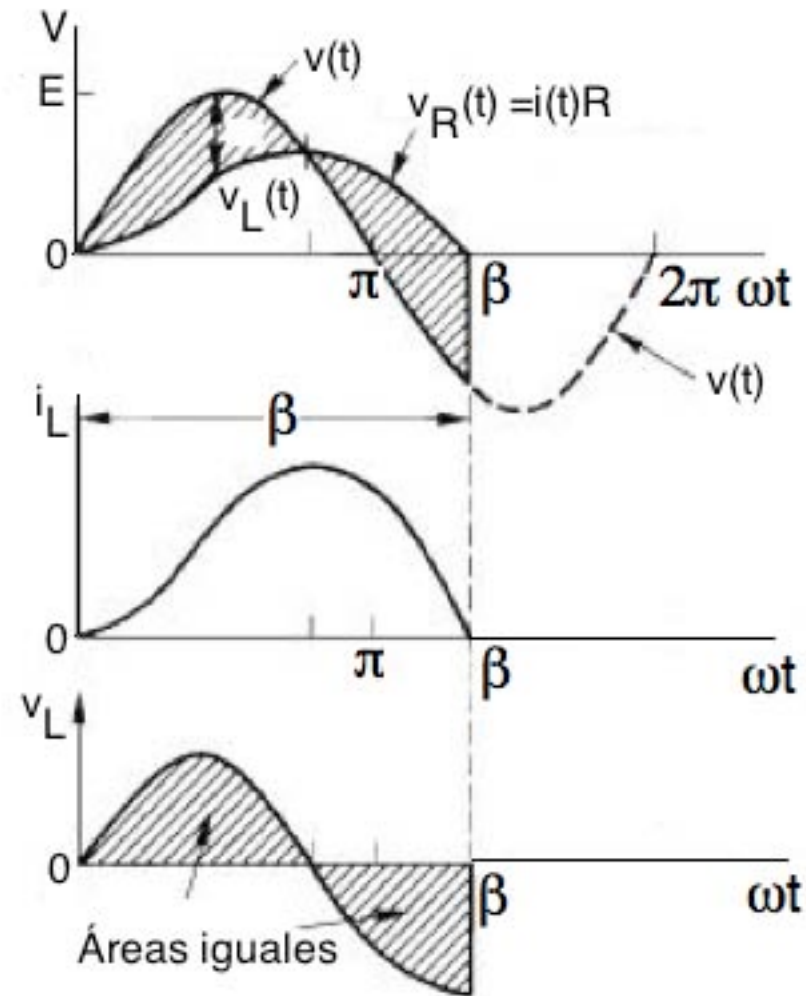
$$I_{orms} = \frac{V_M}{2R} = \frac{\sqrt{2} * 120V_{rms}}{2 * 5\Omega} \approx 16,97 Arms$$

El factor de potencia del sistema es:

$$fp = \frac{P_o}{V_{rms}I_{rms}} \approx \frac{1441,6W}{120V_{rms} * 16,97 Arms} \approx 0,7079$$

II.- Circuito monofásico con carga R-L.





Formas de onda del circuito conversor AC-DC monofásico con carga R-L

Mientras existe corriente circulante el diodo conduce y la ecuación básica del circuito es:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = \sqrt{2}V \text{sen} \omega t$$

La respuesta del circuito R-L ante una excitación sinusoidal en forma genérica es:

$$i(t) = i_p(t) + i_t(t)$$

La componente permanente (o forzada) de la corriente, $i_p(t)$,
es:

$$i_p(t) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

La componente transitoria (o natural) del circuito, $i_t(t)$, se obtiene eliminando la fuente externa:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$i_t(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

donde:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

y la constante A debe ser determinada en base a las condiciones iniciales del circuito.

Sumando los dos componentes la corriente circulante, $i(t)$ resulta:

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Para evaluar A la condición inicial de corriente en la inductancia es cero, por lo tanto:

$$i(0) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(\omega * 0 - \phi) + Ae^{-\frac{0}{\tau}} = 0$$

$$A = -\frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(-\phi) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(\phi)$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi) + \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \text{sen}(\phi) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \left[\text{sen}(\omega t - \phi) + \text{sen}(\phi) e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

La corriente es distinta de cero en el intervalo

$$0 \leq \omega t \leq \beta$$

donde 0 es el punto de disparo natural del diodo y β es el ángulo de apagado, cumpliéndose además:

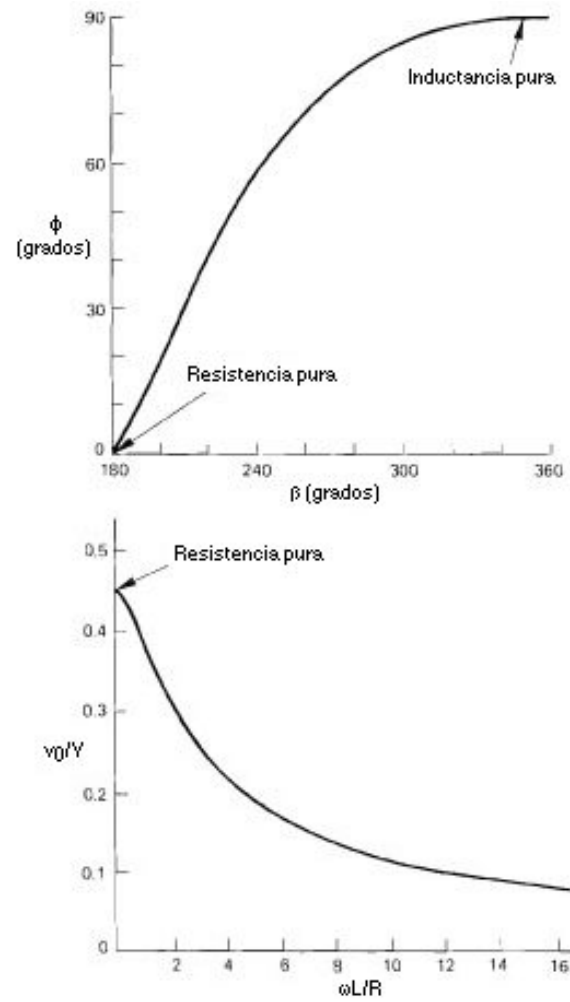
$$\pi \leq \beta \leq 2\pi$$

El instante de cruce por cero de la corriente se determina haciendo:

$$i(\beta) = \frac{\sqrt{2}V}{Z} \left\{ \text{sen}(\beta - \phi) + \text{sen}\phi e^{\left(-\frac{\beta}{\omega\tau}\right)} \right\} = 0$$

$$\text{sen}(\beta + \phi) - \text{sen}\phi e^{\left(-\frac{\beta}{\omega\tau}\right)} = 0$$

ecuación trascendente que debe ser resuelta por métodos numéricos o consultando las tablas y ayudas gráficas precalculadas.



Nomogramas para calcular el ángulo de extinción de la corriente.

El valor promedio de la corriente circulante es:

$$I_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\beta} i(\tau) d\tau$$

$$I_{dc} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi R} (1 - \cos \beta)$$

y la tensión promedio sobre la carga es:

$$V_{dc} = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} (1 - \cos \beta)$$

Ya que voltaje promedio sobre la inductancia debe ser cero.

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\int_0^{\beta} v_L(\tau) d\tau = \int_{i(0)}^{i(\beta)} L di(\tau) d\tau = L[i(\beta) - i(0)]$$

y, en estado estacionario, por definición:

$$i(\beta) = i(0) = 0$$

Ejercicio:

En un rectificador monofásico no controlado con carga R-L se tiene:

Voltaje pico de entrada: 100 V

Resistencia de carga: 100Ω

Inductancia de carga: 0,1H

ω : 377radiane

Determine:

- a.-Una expresión para la corriente en el circuito
- b.-Corriente promedio en la carga.
- c.-Corriente rms
- d.-Potencia promedio en la carga.
- e.-Factor de potencia del sistema.

a.- De los datos:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \approx \sqrt{(100\Omega)^2 + (377\text{rad} * 0,1H)^2} \approx 106,9\Omega$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \approx \tan^{-1}\left(\frac{377 * 0,1H}{100\Omega}\right) \approx 0,361\text{rad}$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} \left[\text{sen}(\omega t - \phi) + \text{sen}(\phi)e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

$$i(\omega t) \approx \frac{\sqrt{2} * 100V}{106,9\Omega} \left[\text{sen}(377t - 0,361) + \text{sen}(0,361)e^{-\frac{t}{\frac{0,1H}{100\Omega}}} \right]$$

$$i(\omega t) \approx 0,936\text{sen}(377t - 0,361) + 0,331e^{-1000t}$$

válido para $0 \leq \omega t \leq \beta$

El ángulo de extinción β es:

$$i(\beta) = \frac{\sqrt{2}V}{Z} \left\{ \text{sen}(\beta - \phi) + \text{sen}\phi e^{\left(-\frac{\beta}{\omega\tau}\right)} \right\} = 0$$

$$\text{sen}(\beta - \phi) + \text{sen}\phi e^{\left(-\frac{\beta}{\omega\tau}\right)} = 0$$

$$\text{sen}(\beta - 0,361) + 0,331e^{\left(-\frac{\beta}{0,377}\right)} = 0$$

Y, resolviendo por métodos numéricos:

$$\beta \approx 3,5rad \approx 201^\circ$$

b.- La corriente promedio es:

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{3,5} \left[0.936 \text{sen}(\omega t - 0,361) + 0,331 e^{-\frac{\omega t}{0,377}} \right] A$$

y, por métodos numéricos:

$$I_o \approx 0,308 A$$

c.-Corriente rms.

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{3,5} \left[0.936 \operatorname{sen}(\omega t - 0,361) + 0,331 e^{-\frac{\omega t}{0,377}} \right]^2 d(\omega t) A}$$

y, por métodos numéricos:

$$I_{rms} \approx 0,474 A$$

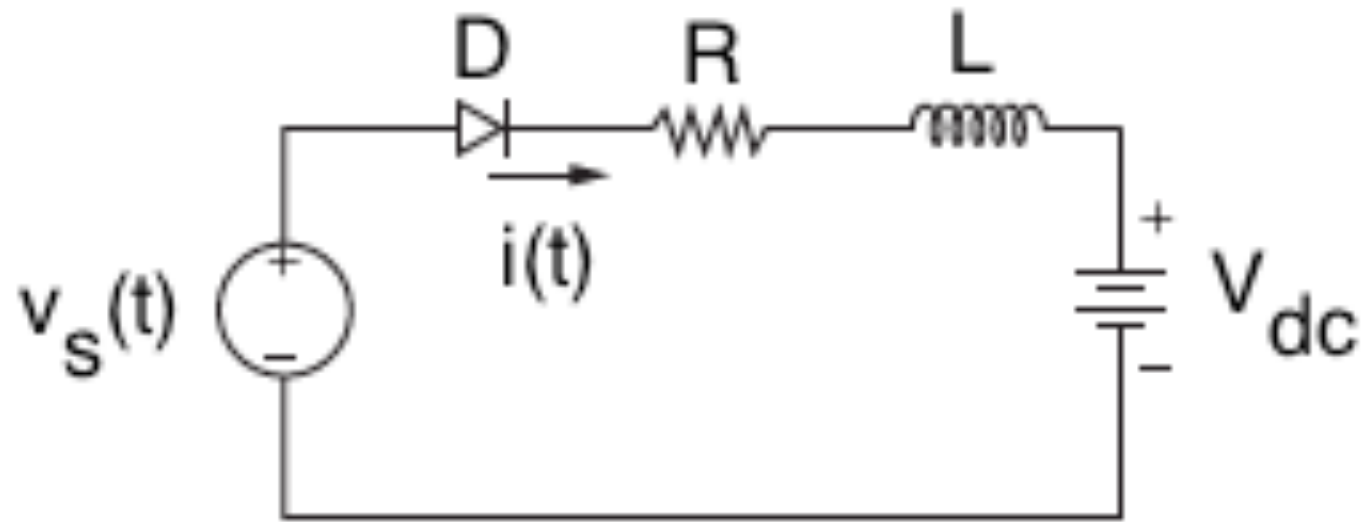
d.- La potencia entregada a la carga, P_o , es:

$$P_o = I_{rms}^2 R \approx (0,474 A)^2 * 100 \Omega \approx 22,4 W$$

e.- El factor de potencia es:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} \approx \frac{22,4 W}{\frac{100 V}{\sqrt{2}} * 0,474 A} \approx 0,67$$

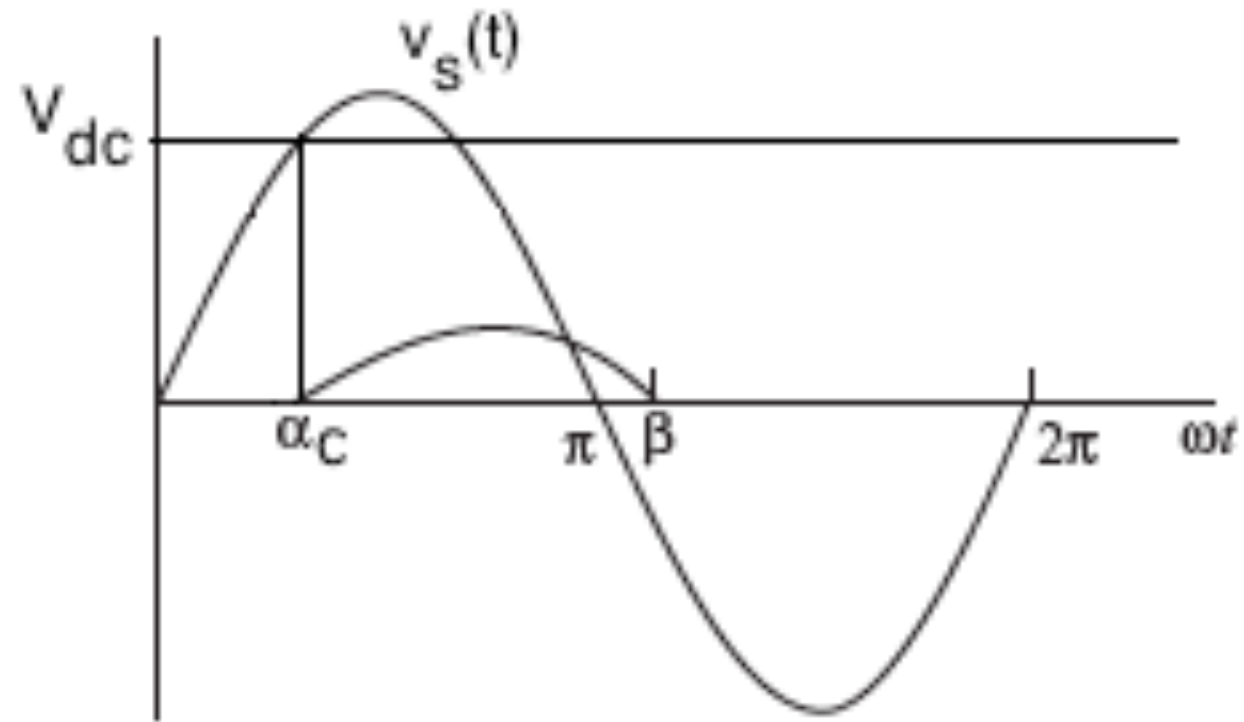
III.- Circuito monofásico con carga R-L- V_{dc} .



El diodo solo puede empezar a conducir a partir de un ángulo α crítico, α_c , cuando:

$$E \sin \alpha_c = V_{dc}$$

$$\alpha_c = \sin^{-1} \left(\frac{V_{dc}}{E} \right)$$



Formas de onda del circuito conversor AC-DC monofásico con carga R-L con fuente DC independiente.

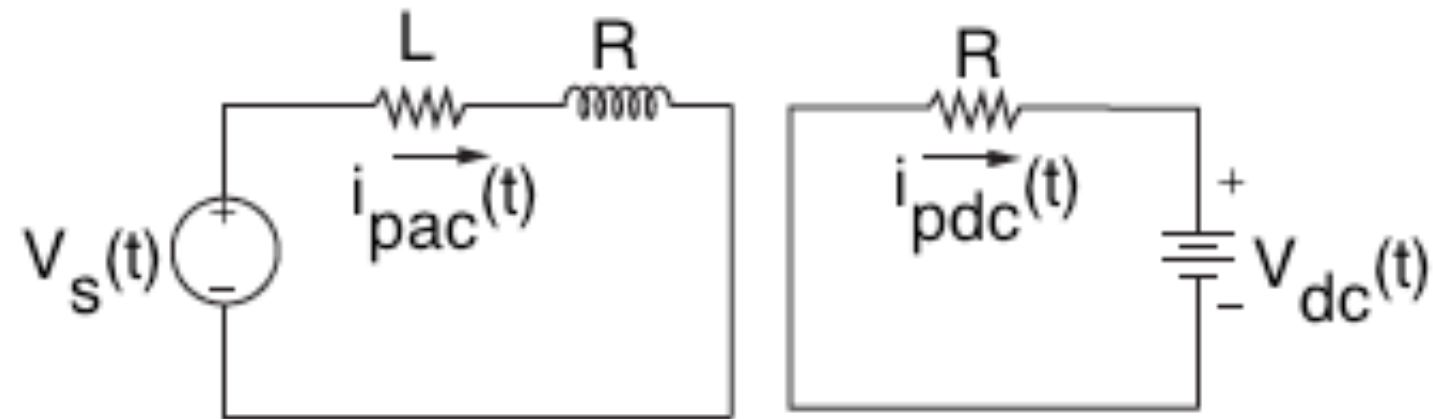
Cuando el diodo empieza a conducir, por Kirchoff se cumple:

$$E_{sen}(\omega t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + V_{dc}$$

La forma general de la solución es:

$$i(t) = i_p(t) + i_t(t)$$

En este caso la componente permanente debe calcularse por la superposición del efecto de cada una de las dos fuentes, de acuerdo con los correspondientes circuitos equivalentes resultantes cuando se elimina de la consideración el diodo y se considera por separado cada una de las dos fuentes (alterna y continua).



Circuitos equivalentes para calcular las componentes de la respuesta permanente de la corriente

Izquierda: Circuito AC

Derecha: Circuito DC

La componente permanente debida a la fuente AC es:

$$i_{pac}(t) = \frac{E}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

La componente permanente debida a la fuente AC es:

$$i_{pdc} = -\frac{V_{dc}}{R}$$

La componente permanente total de la respuesta de la corriente es:

$$i_p(t) = \frac{E}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi) - \frac{V_{dc}}{R}$$

La respuesta transitoria de la carga R-L es:

$$i_t(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

donde A debe determinarse en base a la condición inicial de corriente nula en el circuito.

La corriente resulta entonces:

$$i(t) = \frac{E}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi) - \frac{V_{dc}}{R} + A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \alpha_c \leq \omega t \leq \beta$$

donde β es el ángulo de extinción.

Usando la condición inicial de corriente nula para el ángulo crítico α_c , el valor de A resulta:

$$A = \left[-\frac{E}{|Z|} \operatorname{sen}(\alpha_c - \phi) + \frac{V_{dc}}{R} \right] e^{\frac{\alpha_c}{\tau}}$$

Conocida la expresión de la corriente en el circuito:

$$i(t) = \frac{E}{|Z|} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - \frac{V_{dc}}{R} + \left\{ \left[-\frac{E}{|Z|} \operatorname{sen}(\alpha_c - \phi) + \frac{V_{dc}}{R} \right] e^{\frac{\alpha_c}{\tau}} \right\} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

El valor del ángulo de extinción, β , para el cual la corriente se hace cero:

$$i(\beta) = \frac{E}{|Z|} \text{sen}(\beta - \phi) - \frac{V_{dc}}{R} + \left\{ \left[-\frac{E}{|Z|} \text{sen}(\alpha_c - \phi) + \frac{V_{dc}}{R} \right] e^{\frac{\alpha_c}{\tau}} \right\} e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} = 0$$

La corriente rms es:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i^2(\omega t) d(\omega t)}$$

La corriente promedio es:

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t) d(\omega t)$$

Como en el caso anterior, el cálculo de b debe hacerse por métodos numéricos, y es recomendable usarlos también para calcular las corrientes promedio y rms.

La potencia entregada a la carga, P_o , tiene dos componentes:

$$P_o = P_R + P_{dc}$$

Donde:

1.- La potencia consumida por la resistencia, P_R :

$$P_R = I_{rms}^2 R$$

2.- La potencia recibida por la fuente DC, P_{dc} :

$$P_{dc} = I_o V_{dc}$$

Ejercicio:

En un rectificador monofásico no controlado con carga R-L- V_{dc}
se tiene:

Voltaje pico de entrada: 120 Vrms @ 60Hz

Resistencia de carga: 2Ω

Inductancia de carga: 20mH

V_{dc} : 100V

Determine:

- a.-Una expresión para la corriente en el circuito
- b.-La potencia en la resistencia.
- c.-La potencia recibida por la fuente DC
- d.-Potencia total entregada a la carga.
- e.-Factor de potencia del sistema.

De los parámetros:

$$E = 120V_{rms} * \sqrt{2} \approx 169,7V$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \approx 7,8\Omega$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \approx 1,31rad$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{V_{dc}}{E}\right) \approx 36,1^\circ \approx 0,63rad$$

$$\omega\tau = 2 * \pi * 60Hz \left(\frac{20 * 10^{-3} H}{2\Omega} \right) \approx 377 \left(\frac{0,02H}{2\Omega} \right) \approx 3,77rad$$

a.-La ecuación de la corriente es:

$$i(\omega t) = \left[21,8 \operatorname{sen}(377t - 1,31) - 50 + 75,3e^{-100t} \right] A$$

De donde el ángulo de extinción resulta:

$$i(\beta) = \left[21,8 \operatorname{sen}(\beta - 1,31) - 50 + 75,3e^{-\frac{\beta}{3,77}} \right] = 0$$

de donde, por métodos numéricos:

$$\beta \approx 3,37 \operatorname{rad} \approx 193^\circ$$

b.- En base a la ecuación de $i(t)$, y por integración numérica:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0,63}^{3,37} i^2(\omega t) d(\omega t)} \approx 3,98 Arms$$

Y la potencia en la resistencia, P_R es:

$$P_R = I_{rms}^2 R \approx (3,98 Arms)^2 * 2\Omega \approx 31,7W$$

c.- En base a la ecuación de $i(t)$, y por integración numérica:

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{0,63}^{3,37} i(\omega t) d(\omega t)$$

Y la potencia recibida por la fuente DC, P_{dc} , es:

$$P_{dc} = I_o V_{dc} \approx 2,25 A * 100V \approx 225W$$

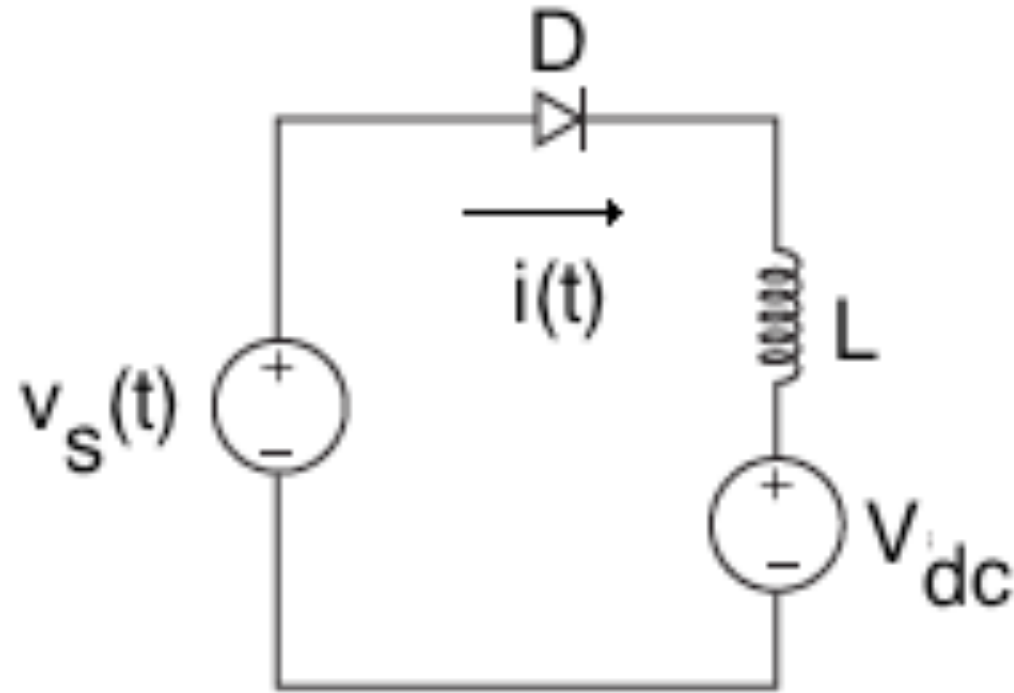
d.- La potencia entregada por la fuente AC, P_s , es:

$$P_s = P_R + P_{dc} \approx 31,2W + 225W \approx 256,2W$$

e.- El factor de potencia del sistema es:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P_s}{I_{rms}V_{rms}} \approx \frac{256,2W}{120V * 3,98A} \approx 0,54$$

IV.- Circuito monofásico con carga L- V_{dc} .



El diodo solo puede empezar a conducir en el ángulo α_c , cuando la tensión de la fuente AC alcanza el valor de la fuente DC.

El ángulo de comienzo de conducción, resulta:

$$E \operatorname{sen} \alpha_c = V_{dc}$$
$$\alpha_c = \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{V_{dc}}{E} \right)$$

El intervalo de conducción se inicia en α_c y termina en el ángulo de extinción, β :

$$\alpha_c \leq \omega t \leq \beta$$

Durante el intervalo de conducción:

$$E_{sen}(\omega t) = L \frac{di(t)}{dt} + V_{dc}$$

$$E_{sen}(\omega t) = \frac{L}{\omega} \frac{di(\omega t)}{dt} + V_{dc}$$

Reordenando

$$\frac{di(\omega t)}{dt} = \frac{E_{sen}(\omega t) - V_{dc}}{\omega L}$$

$$i(\omega t) = \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} E_{sen} \lambda d\lambda - \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} V_{dc} d\lambda$$

Integrando:

$$i(\omega t) = \frac{E}{\omega L} [\cos \alpha - \cos(\omega t)] + \frac{V_{dc}}{\omega L} (\alpha - \omega t)$$

para $\alpha \leq \omega t \leq \beta$

donde, como en los casos anteriores β es el ángulo de extinción de la corriente, y se determina en base a.

$$i(\beta) = \frac{E}{\omega L} [\cos \alpha - \cos(\beta)] + \frac{V_{dc}}{\omega L} (\alpha - \beta) = 0$$

ecuación que también requiere el uso de métodos numéricos.

El resto de los cálculos son esencialmente iguales al caso anterior, con la diferencia evidente de que aquí no hay elemento resistivo que disipe potencia.

Ejercicio:

En un rectificador monofásico no controlado con carga L - V_{dc} se tiene:

Voltaje pico de entrada: 120 Vrms @ 60Hz

Inductancia de carga: 50mH

V_{dc} : 72V

Determine:

- a.-Una expresión para la corriente en el circuito
- b.-La potencia recibida por la fuente DC
- c.-Factor de potencia del sistema.

De los valores dados:

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{72V}{120\sqrt{2}V}\right) \approx 25,1^\circ \approx 0,438\text{rad}$$

a.- La ecuación de la corriente:

$$i(\omega t) \approx 9,83 - 9 \cos(\omega t) - 3,82(\omega t)$$

$$\text{para } \alpha \leq \omega t \leq \beta$$

donde β se obtiene resolviendo numéricamente:

$$9,83 - 9 \cos \beta - 3,82\beta = 0$$

$$\beta \approx 4,04\text{rad}$$

b.- la potencia recibida por la fuente DC:

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t) d(\omega t)$$

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{0,438}^{4,04} [9,83 - 9 \cos(\omega t) - 3,82 \omega t] d(\omega t) \approx 2,46 A$$

$$P_{dc} = I_o V_{dc} \approx 2,46 A * 72 V \approx 177 W$$

c.- El factor de potencia del sistema.

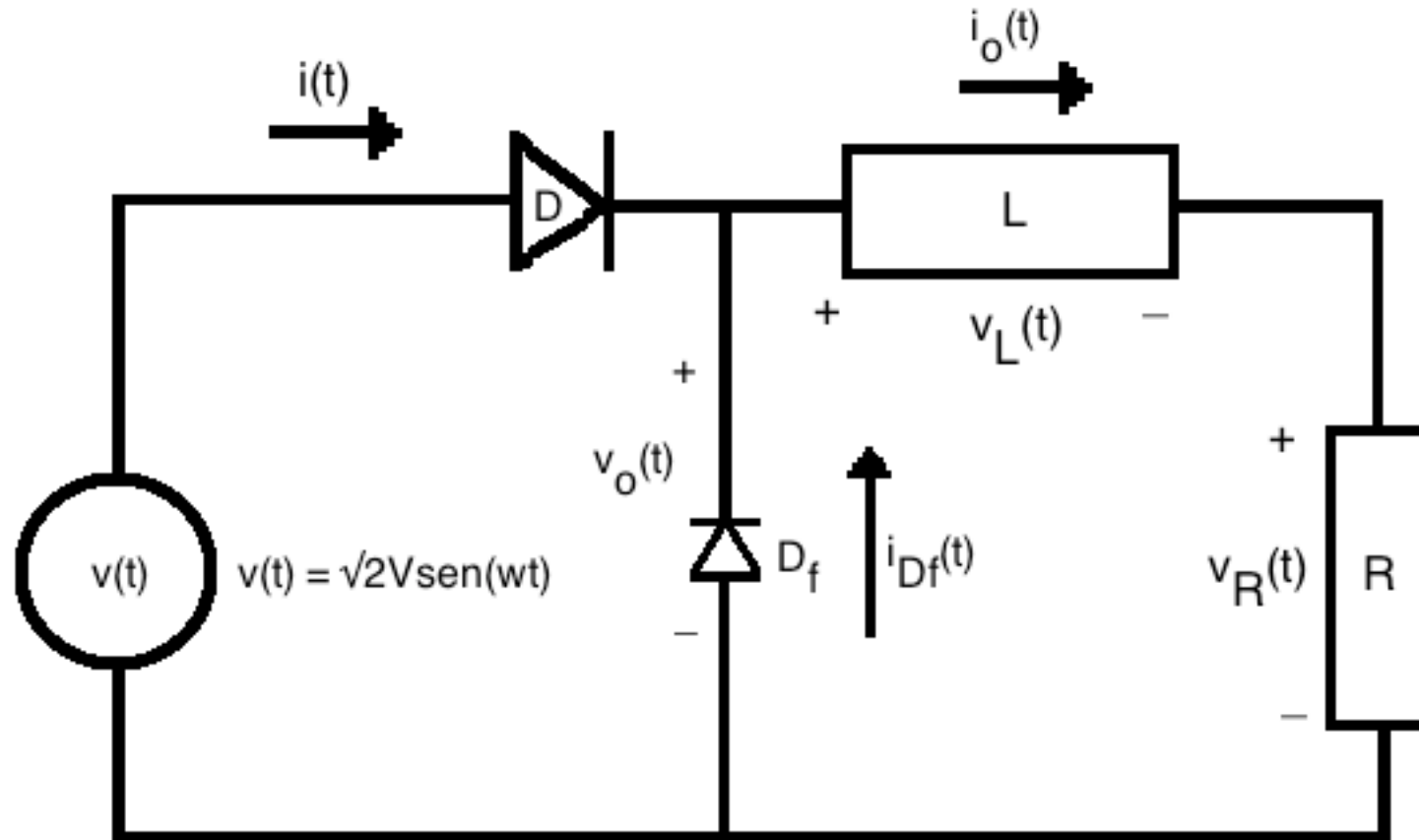
La corriente rms es:

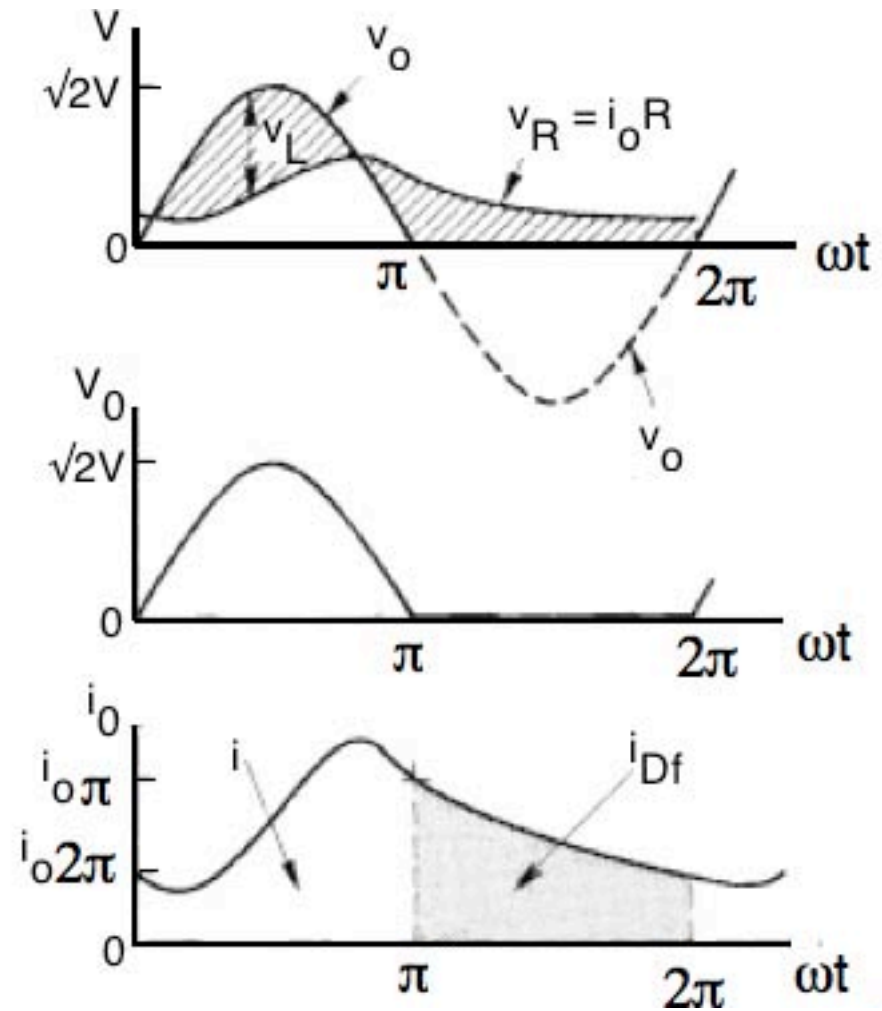
$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i^2(\omega t) d(\omega t)} \approx 3,81A$$

Y el factor de potencia:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P_{dc}}{V_{rms} I_{rms}} \approx \frac{177W}{120V * 3,81A} \approx 0,388$$

V.- Circuito monofásico con carga R-L y diodo de libre conducción.





Formas de onda del circuito conversor AC-DC monofásico con carga R-L y diodo de libre conducción.

En esta configuración el diodo de libre conducción impide que se aplique tensión negativa a la carga. La tensión promedio en la carga, V_{dc} , es por lo tanto la tensión promedio de un solo semiciclo de la entrada:

$$V_{dc} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi}$$

Para aplicar el criterio del voltaje promedio en la inductancia durante un ciclo completo se debe considerar que:

1.- En el semiciclo positivo ($0 \leq \omega t \leq \pi$) la tensión sobre la inductancia es:

$$v_L(t) = \sqrt{2}V \text{sen}(\omega t) - i_L(t)R$$

y, durante el negativo ($\pi \leq \omega t \leq 2\pi$):

$$v_L(t) = -i_L(t)R$$

Inicialmente la corriente crece hasta alcanzar la condición estacionaria dada por:

$$i_L(0) = i_L(2\pi)$$

En condiciones estacionarias la corriente en la carga durante el semiciclo positivo (igual a la corriente en la entrada) resulta:

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2}V}{Z} \text{sen}(\omega t - \phi) + \left(I_{0,2\pi} + \frac{\sqrt{2}V}{Z} \text{sen}\phi \right) e^{\left(\frac{-\omega t}{\tan \phi} \right)}$$

para $0 \leq \omega t \leq \pi$

donde el valor inicial de la corriente, $I_{0,2\pi}$, igual por continuidad al valor al final del semiciclo anterior es:

$$I_{0,2\pi} = \frac{\sqrt{2}V}{Z} \operatorname{sen}\phi \frac{\left[1 + e^{\frac{-\pi}{\tan\phi}} \right]}{e^{\frac{\pi}{\tan\phi}} - e^{\frac{-\pi}{\tan\phi}}}$$

La corriente en la carga durante el semiciclo negativo (igual a la corriente en el diodo) resulta:

$$i_L(t) = I_\pi e^{\frac{-(\omega t - \pi)}{\tan \phi}}$$

para $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$

donde el valor inicial de la corriente, I_π , igual por continuidad al valor al final del semiciclo anterior es:

$$I_\pi = I_{0,2\pi} e^{\frac{\pi}{\tan \phi}}$$

El procedimiento de análisis se debe realizar hasta alcanzar el estado estacionario, lo que se presta al uso de simulación circuital.

Ejercicio:

En un rectificador monofásico no controlado con carga R-L y diodo de libre conducción se tiene:

Voltaje pico de entrada: 100V @ 60Hz

Resistencia de carga: 2Ω

Inductancia de carga: 50mH

Determine:

- a.-Voltaje promedio en la carga.
- b.-Corriente promedio en la carga.

a.- La tensión promedio en la carga, V_o , es:

$$V_o = \frac{E}{\pi} \approx \frac{100V}{\pi} \approx 31,8V$$

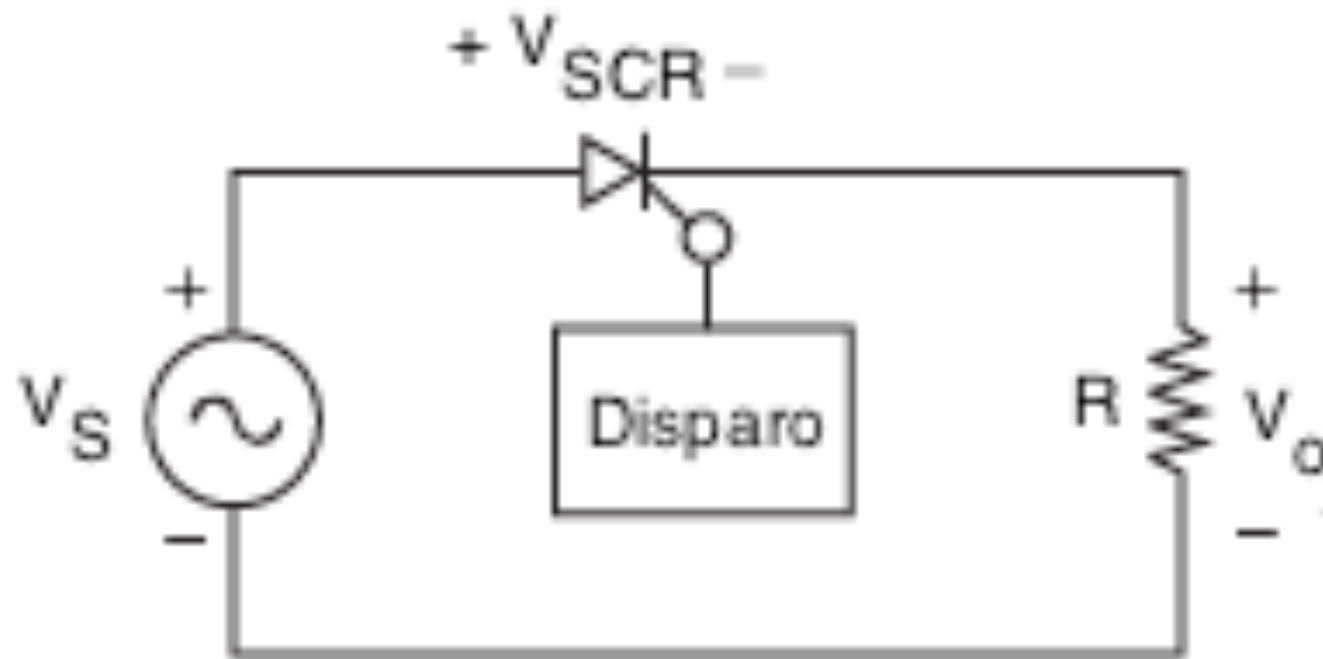
b.- La corriente promedio, I_o es:

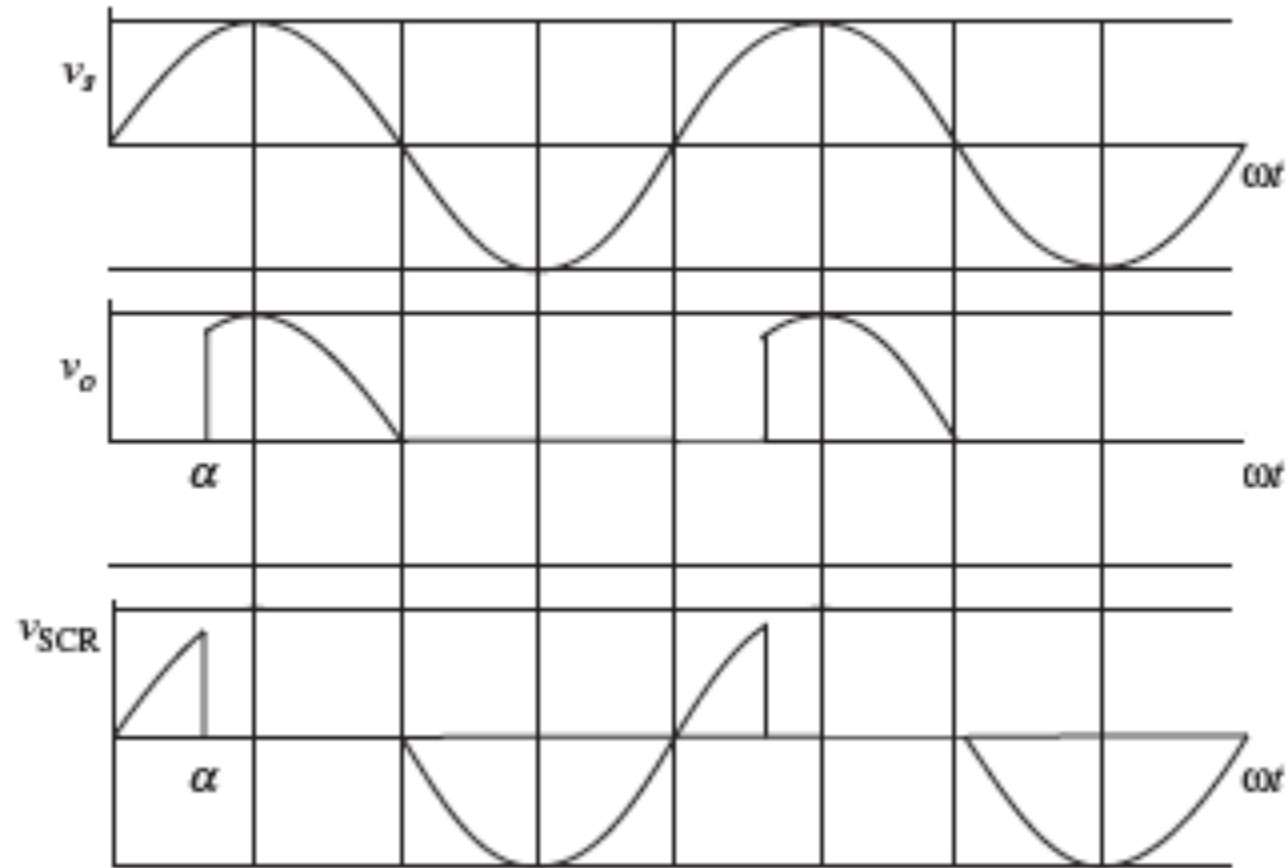
$$I_o = \frac{V_o}{R} \approx \frac{31,8V}{2\Omega} \approx 15,9A$$

Conversión AC-DC monofásicos.

Configuraciones controladas

I.- Circuito monofásico controlado con carga resistiva.





Formas de onda circuito rectificador monofásico controlado con carga R.

Con carga resistiva, la forma de onda de la corriente en el sistema es igual a la forma de onda del voltaje en la carga. Esta corriente es siempre positiva, y por lo tanto tiene un componente DC que circula por la fuente AC, lo que no es aceptable para valores altos de corriente, porque puede saturar el transformador que conecta a la carga a la línea AC.

Este problema es común a todas las configuraciones rectificadoras monofásicas, sean controladas o no controladas.

La tensión promedio en la carga es:

$$V_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} E \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{E}{2\pi} (1 + \cos \alpha)$$

El ángulo α necesario para producir un voltaje promedio V_o determinado sobre la carga es:

$$\alpha = \cos^{-1} \left[V_o \left(\frac{2\pi}{E} \right) - 1 \right] = \cos^{-1} \left[\frac{2\pi V_o}{E} - 1 \right]$$

La tensión rms en la carga:

$$V_{orms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} [V_o(\omega t)]^2 d(\omega t)}$$

$$V_{orms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \left[\frac{E}{2\pi} (1 + \cos \alpha) \right]^2 d(\omega t)}$$

$$V_{orms} = \frac{E}{2} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\text{sen}2\alpha}{2\pi}}$$

La potencia disipada en la carga, P_o , es:

$$P_o = \frac{V_{orms}^2}{R}$$

La corriente rms en la carga y el SCR, I_{rms} , es:

$$I_{rms} = \frac{V_{orms}}{R}$$

Ejercicio.

Se desea diseñar un circuito rectificador monofásico para producir una tensión promedio de 40V sobre una resistencia de 100Ω a partir de la línea AC de 120Vrms @ 60Hz.

Determine además la potencia disipada en la carga y el factor de potencia del sistema.

El valor medio producido por un rectificador no controlado en estas circunstancias es:

$$V_{onc} = \frac{V_p}{\pi} = \frac{\sqrt{2} * 120V_{rms}}{\pi} \approx 54V$$

Empleando un rectificador controlado, el ángulo de retardo necesario para producir los 40V promedio es:

$$\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{2\pi V_o}{E} - 1 \right] = \cos^{-1} \left[\frac{2\pi * 40}{\sqrt{2} * 120V} - 1 \right] \approx 61,2^\circ \approx 1,07rad$$

$$V_{orms} = \frac{E}{2} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\text{sen}2\alpha}{2\pi}}$$

$$V_{orms} = \frac{\sqrt{2} * 120V}{2} \sqrt{1 - \frac{1,07}{\pi} + \frac{\text{sen}(2 * 1,07)}{2\pi}} \approx 75,6V$$

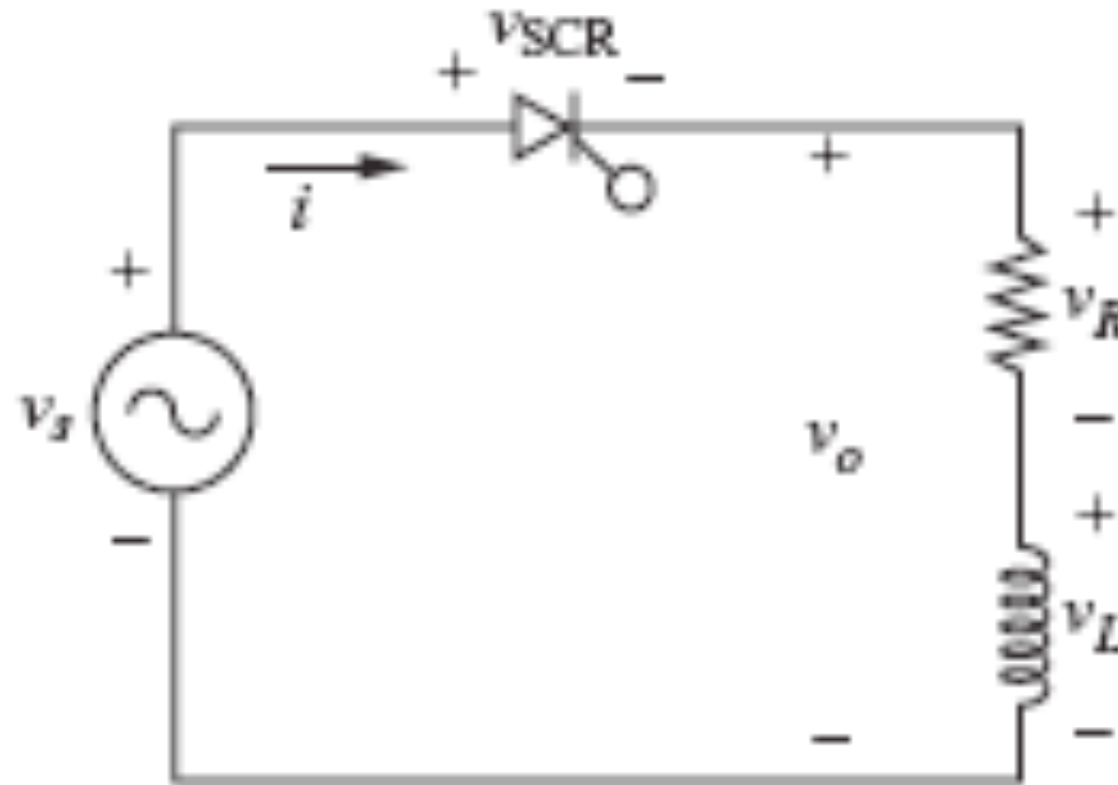
La potencia en la carga es:

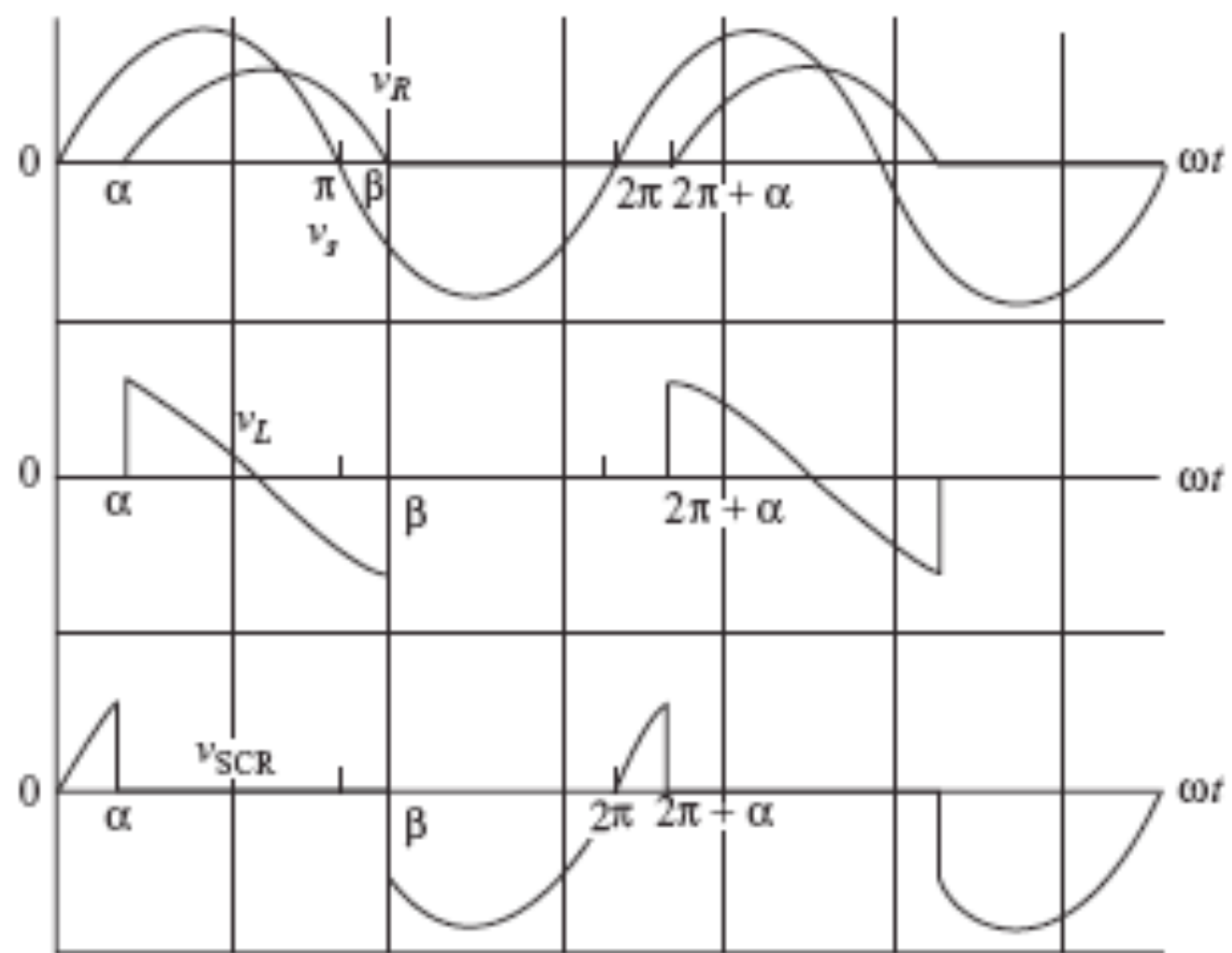
$$P_o = \frac{V_{orms}^2}{R} \approx \frac{(75,6V)^2}{100\Omega} \approx 57,1W$$

El factor de potencia del sistema es:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{srms} I_{rms}} = \frac{57,1V}{120V * \frac{75,6V}{100\Omega}} \approx 0,63$$

II.- Circuito monofásico controlado con carga R-L.





La conducción se inicia en el ángulo de retardo de encendido, α , y termina cuando la corriente se hace cero en el ángulo de apagado (o extinción), β .

Se cumple:

$$0 \leq \alpha \leq \pi \leq \beta \leq 2\pi$$

Si $\beta = 2\pi$, no se produce el apagado, lo que implica una falla en el circuito rectificador.

La corriente en el circuito es:

$$i(\omega t) = i_p(\omega t) + i_t(\omega t)$$

Por inspección:

$$i(\omega t) = \frac{E}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi) + Ae^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}$$

La condición inicial de la corriente es cero, luego:

$$i(\alpha) = 0 = \frac{E}{|Z|} \text{sen}(\alpha - \phi) + A e^{-\frac{\alpha}{\omega\tau}}$$

De donde:

$$A = \left[-\frac{E}{|Z|} \text{sen}(\alpha - \phi) \right] e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}}$$

La corriente en el sistema resulta:

$$i(\omega t) = \frac{E}{|Z|} \left[\begin{array}{c} \text{sen}(\omega t - \phi) - \sin(\alpha - \phi) e^{-\frac{(\alpha - \beta)}{\omega \tau}} \\ \hline \end{array} \right]$$

en el intervalo $\alpha \leq \omega t \leq \beta$, cero el resto del tiempo.

El ángulo de extinción β es:

$$i(\beta) = \frac{E}{|Z|} \left[\operatorname{sen}(\beta - \phi) - \sin(\alpha - \phi) e^{-\frac{(\alpha - \beta)}{\omega\tau}} \right] = 0$$

$$\operatorname{sen}(\beta - \phi) - \sin(\alpha - \phi) e^{-\frac{(\alpha - \beta)}{\omega\tau}} = 0$$

ecuación trascendente que debe ser resuelta por métodos numéricos.

La tensión promedio de salida, V_o , es:

$$V_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} E \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{E}{2\pi} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

La corriente promedio en el sistema, I_o , es:

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t) d(\omega t)$$

La corriente rms en el sistema, I_{rms} , es:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i^2(\omega t) d(\omega t)}$$

Ejercicio.

Un rectificador monofásico controlado está alimentado desde la línea AC de $120V_{rms}$ @ $60Hz$, $R=20\Omega$, $H=0,01H$, y el ángulo de retardo de encendido es 45° .

Determine:

- a.-Una expresión para la carga.
- b.-La corriente promedio.
- c.-La potencia entregada a la carga.
- d.-El factor de potencia del sistema.

a.- De los parámetros del circuito:

$$E = \sqrt{2 * 120V} \approx 169,7V$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{20\Omega^2 + (2\pi * 60Hz * 0,04H)^2} \approx 25\Omega$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\pi * 60Hz * 0,04H}{20\Omega}\right) \approx 0,646rad$$

$$\omega\tau = \frac{\omega L}{R} \approx 0,754$$

$$\alpha = 45^\circ \approx 0,785rad$$

La ecuación de la corriente es:

$$i(\omega t) = \left[6,78 \operatorname{sen}(\omega t - 0,646) - 2,6 e^{-\frac{\omega t}{0,754}} \right] A$$

válida en: en el intervalo $\alpha \leq \omega t \leq \beta$, cero el resto del tiempo.

por métodos numéricos, $\beta \approx 3,79 \operatorname{rad} \approx 217^\circ$

y el ángulo de conducción es:

$$\gamma = \beta - \alpha = (3,79 - 0,785)rad = 3,01rad = 172^\circ$$

b.- La corriente promedio es.

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{0,785}^{3,79} \left[6,78 \operatorname{sen}(\omega t - 0,646) - 2,6e^{-\frac{\omega t}{0,754}} \right] d(\omega t) \approx 2,19 A$$

c.- La potencia entregada.

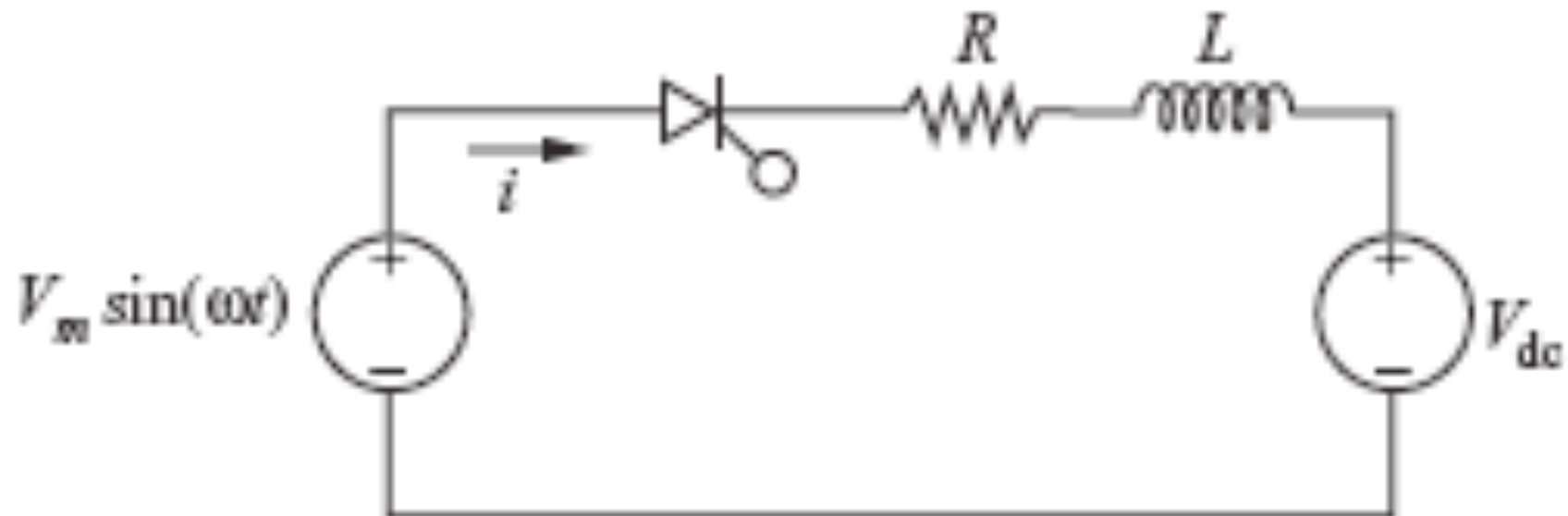
$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0,785}^{3,79} \left[6,78 \operatorname{sen}(\omega t - 0,646) - 2,6 e^{-\frac{\omega t}{0,754}} \right]^2 d(\omega t)} \approx 3,26 A$$

$$P_o = I_{rms}^2 R = (3,26 A)^2 * (20 \Omega) = 213 W$$

d.- El factor de potencia del sistema:

$$fp = \frac{P_o}{S} = \frac{P_o}{V_{srms} I_{rms}} = \frac{213W}{120V * 3,26A} = 0,54$$

III.- Circuito monofásico controlado con carga R-L y fuente DC.



Las formas de onda son similares a las del conversor monofásico controlado con carga R-L, con la diferencia de que el SCFR no puede empezar a conducir hasta que la tensión de alimentación alcanza el valor de la tensión de la fuente DC, V_{dc} .

En estas condiciones existe un ángulo de retraso mínimo, α_c , por debajo del cual el circuito no opera.

$$V_s(\alpha_c) = V_m \text{sen}(\alpha_c) = V_{dc}$$

$$\alpha_c = \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_{dc}}{V_m} \right)$$

Por inspección, la ecuación de la corriente es:

$$i(\omega t) = \frac{V_m}{|Z|} \text{sen}(\omega t - \phi) - \frac{V_{dc}}{R} + Ae^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}$$

Y la constante A es:

$$A = \left[-\frac{V_m}{|Z|} \text{sen}(\alpha - \phi) + \frac{V_{dc}}{R} \right] e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}}$$

Tomando en cuenta estos cambios, todo el resto del procedimiento de análisis es equivalente al realizado en el circuito monofásico controlado con carga R-L.

Ejercicio.

Un rectificador monofásico controlado está alimentado desde la línea AC de 120Vrms @ 60Hz, $R= 2\Omega$, $H=20\text{mH}$, con una fuente DC de 100V; el ángulo de retardo de encendido es 45° .

Determine:

- a.-Una expresión para la carga.
- b.-La potencia disipada en la resistencia.
- c.-La potencia entregada a la fuente DC.

a.- Hay que comprobar si es factible operar con el retardo de 45°

El retardo crítico es:

$$\alpha_c = \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_{dc}}{V_m} \right) = \text{sen}^{-1} \left(\frac{100V}{120\sqrt{2}} \right) = 36^\circ < 45^\circ$$

Si es posible operar con 45° de retardo

De los parámetros del circuito:

$$E = \sqrt{2 * 120V} \approx 169,7V$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{2\Omega^2 + (2\pi * 60Hz * 0,02H)^2} \approx 7,8\Omega$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\pi * 60Hz * 0,02H}{2\Omega}\right) \approx 1,312rad$$

$$\omega\tau = \frac{\omega L}{R} \approx 3,77$$

$$\alpha = 45^\circ \approx 0,785rad$$

La ecuación de la corriente es:

$$i(\omega t) \approx \left[21,8 \operatorname{sen}(\omega t - 1,312) - 50 - 75,0 e^{-\frac{\omega t}{377}} \right] A$$

por métodos numéricos, $\beta \approx 3,37 \text{ rad}$

válida en: en el intervalo $0,785 \leq \omega t \leq 3,37$, cero el resto del tiempo.

b.- La potencia consumida en la resistencia.

$$I_{rms} \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0,785}^{3,37} \left[21,8 \operatorname{sen}(\omega t - 1,312) - 50 - 75,0 e^{-\frac{\omega t}{377}} \right]^2 d(\omega t)} \approx 3,90 A$$

$$P_o = I_{rms}^2 R \approx (3,90 A)^2 * (2\Omega) = 30,4 W$$

c.- La corriente promedio es.

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{0,785}^{3,37} \left[21,8 \operatorname{sen}(\omega t - 1,312) - 50 - 75,0 e^{-\frac{\omega t}{377}} \right] d(\omega t) \approx 2,19 A$$

Y la potencia entregada a la carga es:

$$P_{dc} = I_o P_{dc} = 2,19 A * 100 V = 219 W$$