REPASO DE REDES ELÉCTRICAS

Conceptos fundamentales

Rama: Cada uno de los componentes de un circuito entre dos terminales

Nodo: Unión de tres o más ramas. Se escoge uno como referencia

Malla: cualquier trayecto cerrado que se tome en la estructura circuital

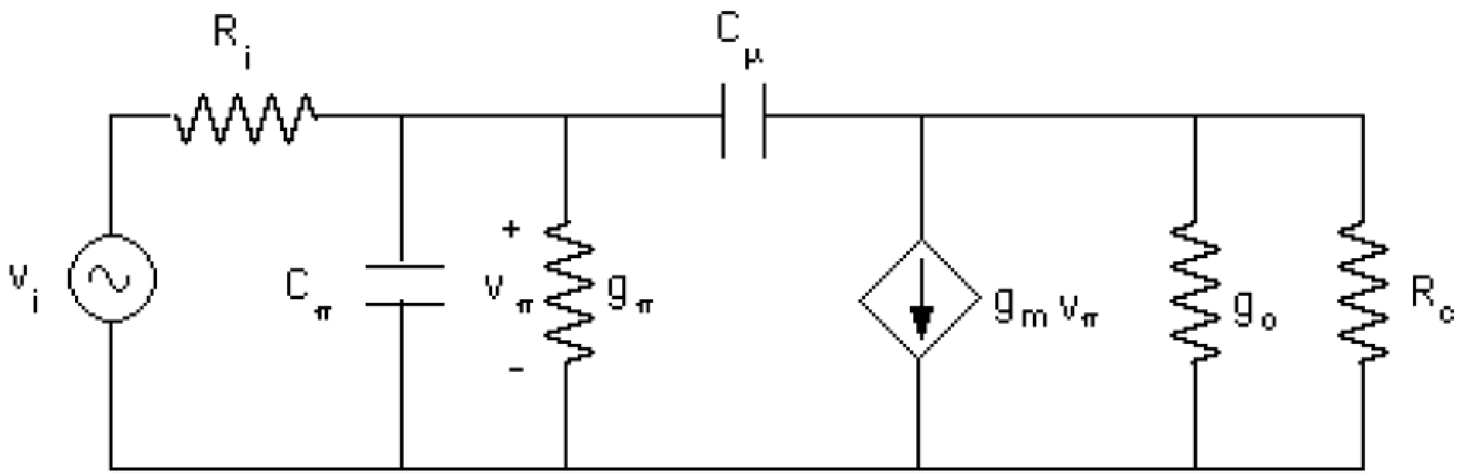
Leyes de Kirchhoff

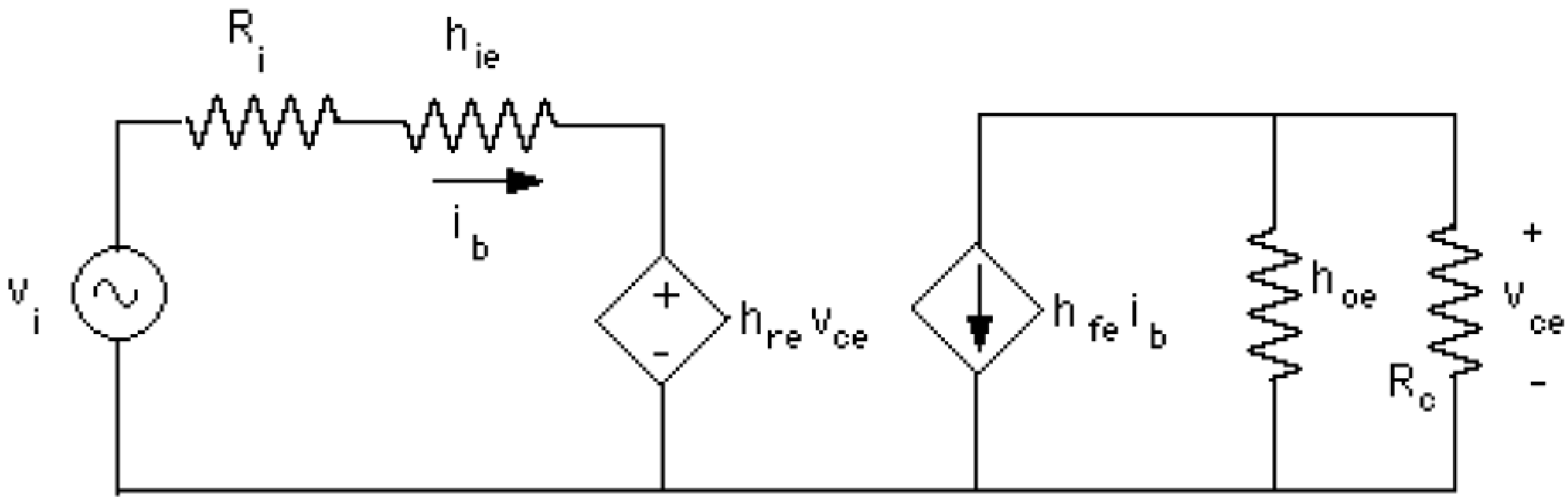
Ley de Kirchhoff de los voltajes LKV: La suma algebraica de los voltajes de rama en cualquier malla cerrada de una red es igual a cero.

Ley de Kirchhoff de las corrientes LKC: La suma algebraica de las corrientes de rama en un nodo es cero.

Ley de Ohm El voltaje a través de una resistencia es directamente proporcional a la corriente que circula por ella **v = R i**

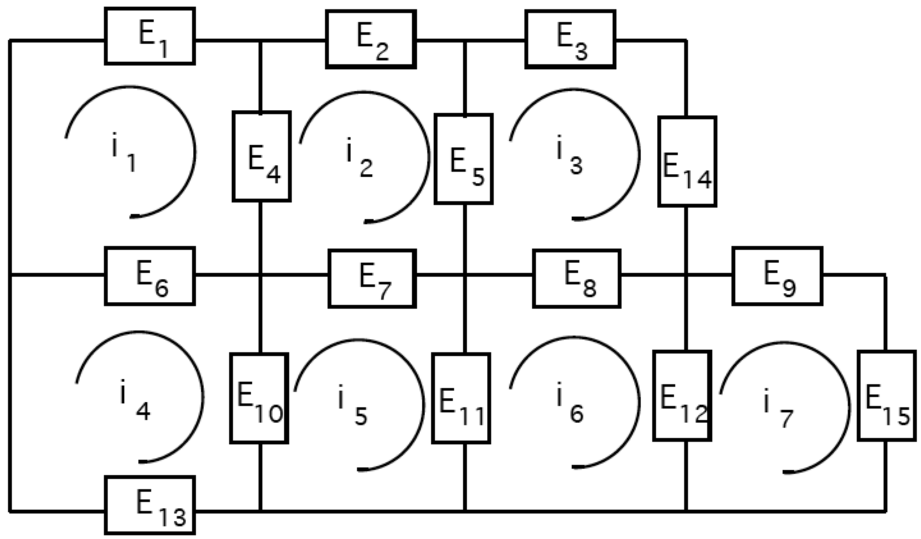
FUENTES DEPENDIENTES





MÉTODO DE MALLAS

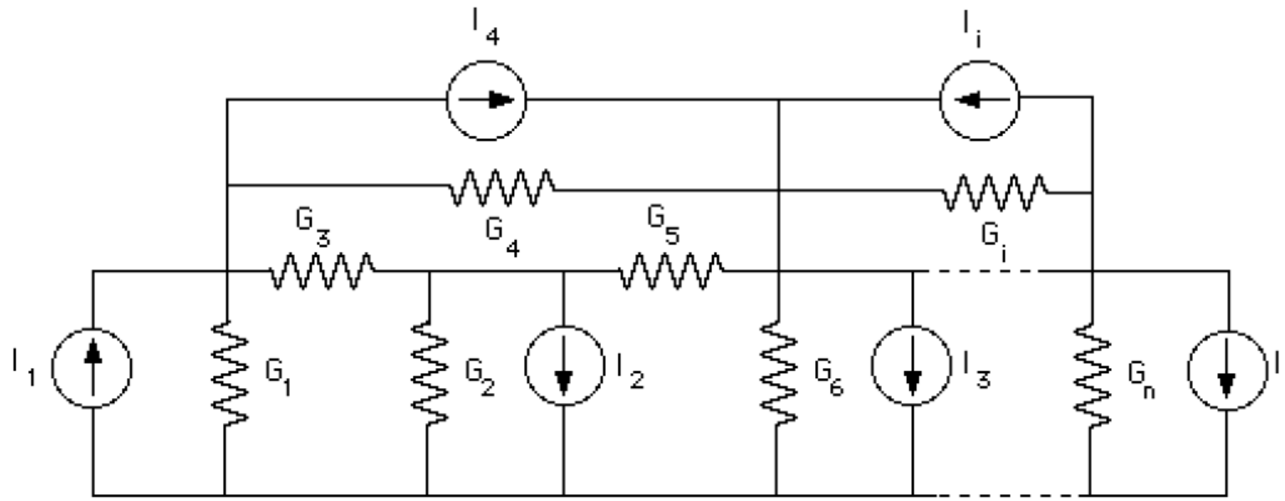
Aplicable a cualquier red plana. Se basa en el análisis de las mallas elementales de la red.



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & \cdots & \cdots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \cdots & \cdots & -R_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \cdots & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

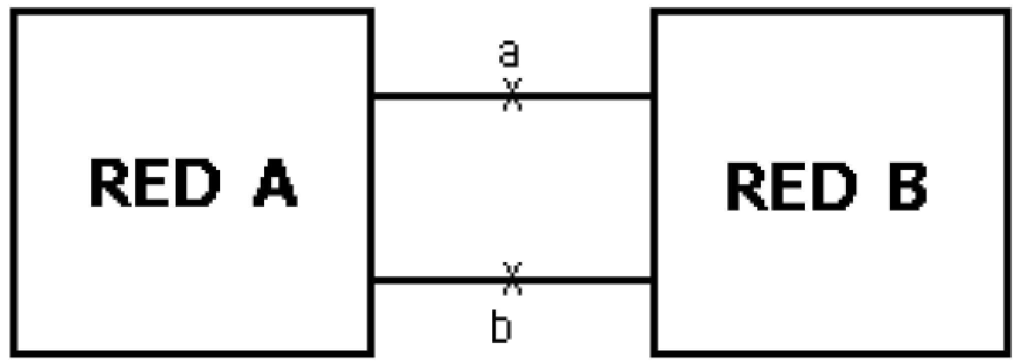
MÉTODO DE NODOS:

Aplicable a cualquier red, plana o no plana. Se basa en el análisis de los nodos independientes de la red. El número de nodos independientes de una red es igual al número de nodos totales menos uno, el cual es el nodo de referencia o nodo de tierra.

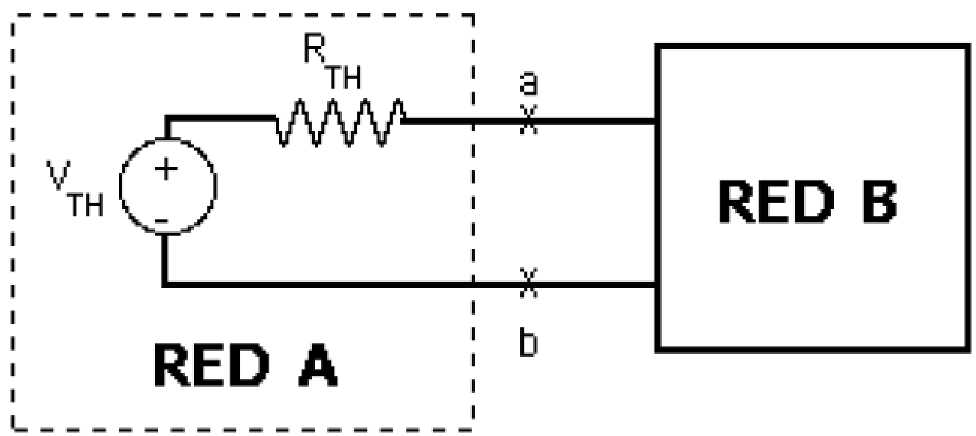


$$
\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & \cdots & \cdots & -G_{1n} \\ -G_{21} & G_{22} & \cdots & \cdots & -G_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -G_{n1} & -G_{n2} & \cdots & \cdots & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ V_n \end{bmatrix}
$$

TEOREMA DE THÈVENIN:
La Red A es equivalente a un circuito formado por una sola Fuente de Voltaje Independiente (V_{TH}) en serie con una resistencia equivalente (R_{TH})



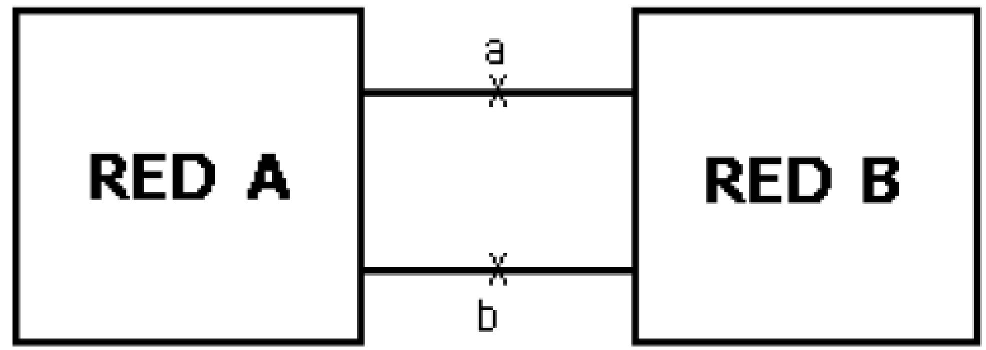
V_{TH}: Voltaje existente entre los terminales a y b de la Red A cuando la Red B no está conectada a dichos puntos.



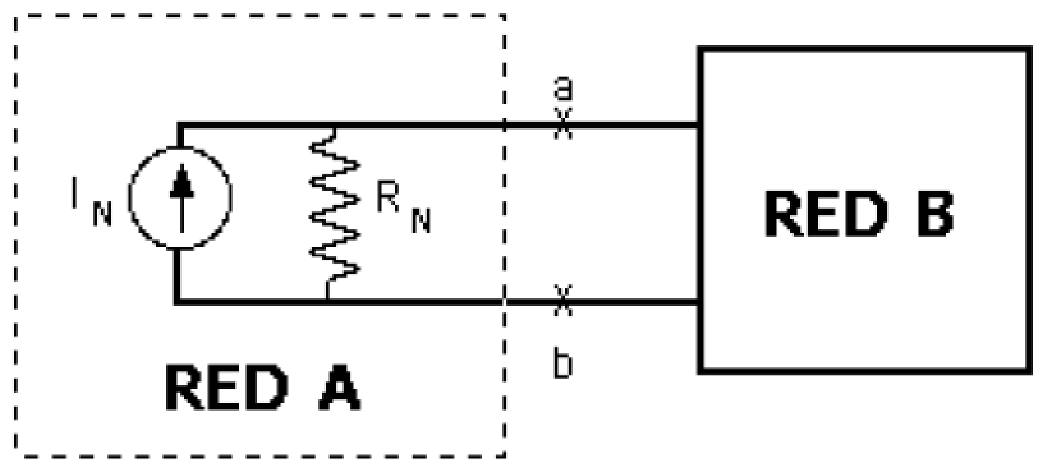
R_{TH}: Resistencia existente entre los puntos a y b cuando las Fuentes Independientes de la Red A se sustituyen por sus respectivas resistencias internas.

$$R_{TH} = \frac{V_p}{I_p}$$

TEOREMA DE NORTON:
La Red A es equivalente a un circuito formado por una sola Fuente de Corriente Independiente (I_N) en paralelo con una resistencia equivalente (R_N)



I_N: Corriente que circula entre los terminales a y b de la Red A cuando se conecta un cortocircuito entre dichos puntos.



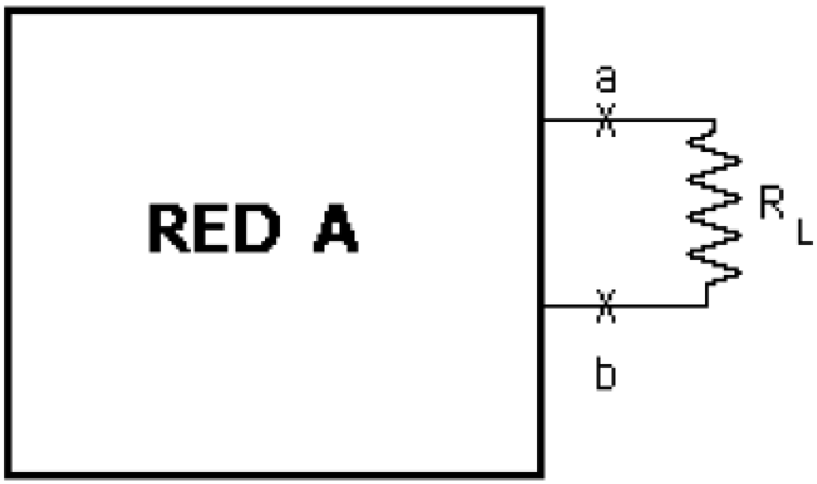
R_N: Resistencia existente entre los puntos a y b cuando las Fuentes Independientes de la Red A se sustituyen por sus respectivas resistencias internas.

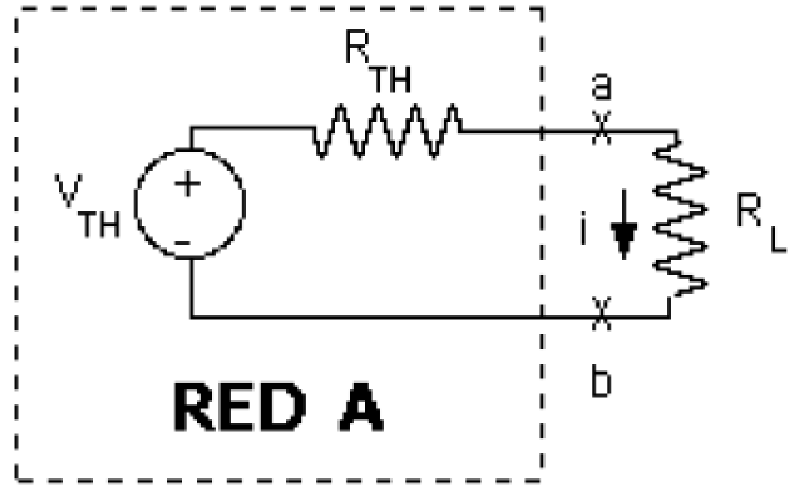
$$R_{TH} = R_N = R_{eq}$$

$$R_{eq} = \frac{V_{TH}}{I_N}$$

TEOREMA DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE POTENCIA

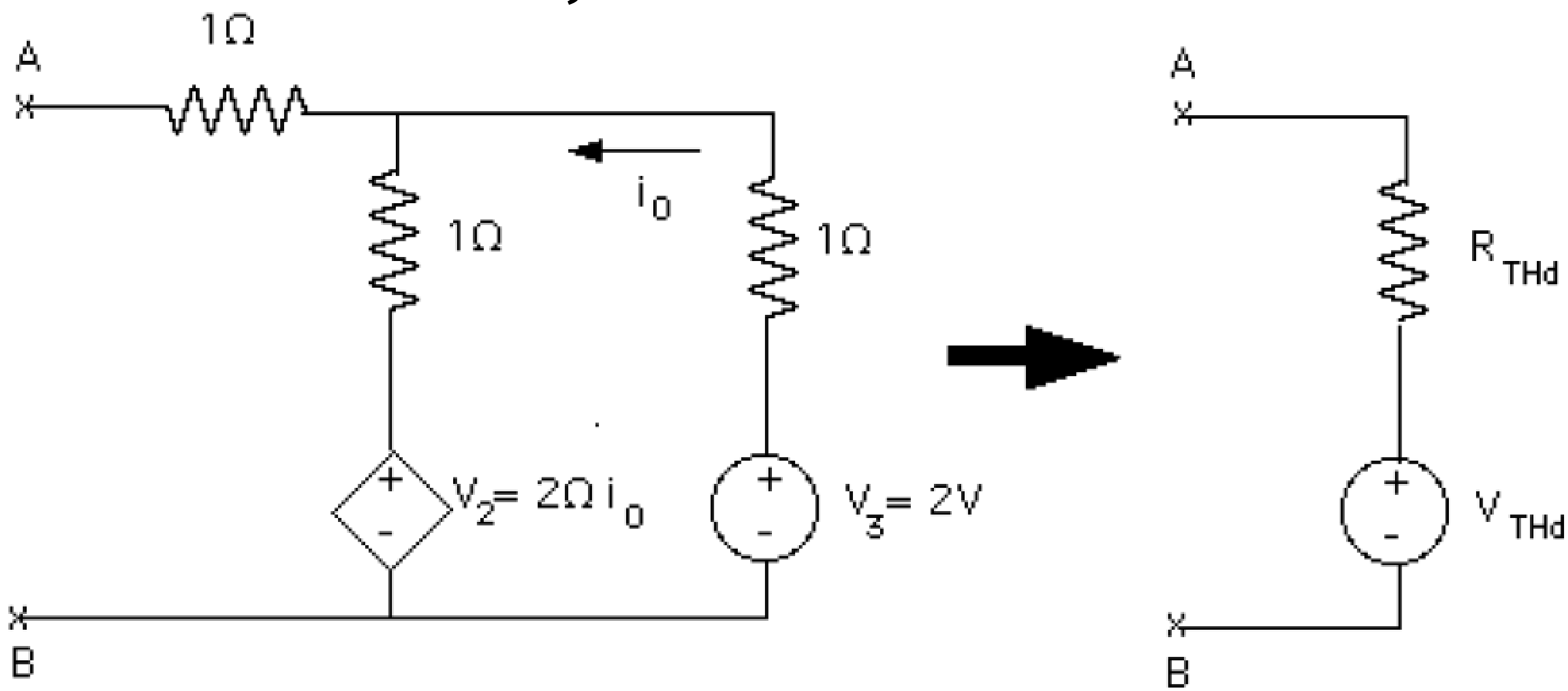
Dada una fuente con una resistencia de fuente fijada de antemano (equivalente Thevenin o Norton), la resistencia de carga que maximiza la transferencia de potencia es aquélla con un valor óhmico igual a la resistencia de fuente: $R_L = R_{TH}$





Si R_L fija y R_{TH} variable, entonces la potencia se maximiza con $R_{TH} = 0$

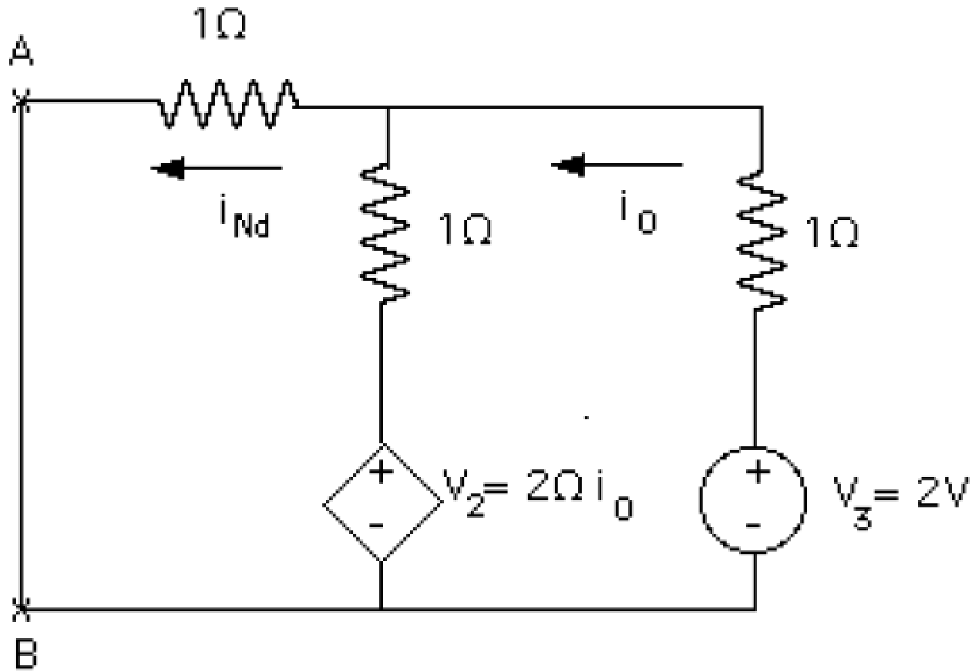
EJEMPLO EQUIVALENTE THEVENIN
VOLTAJE DE THEVENIN



$$2V = 1\Omega\, i_0 + 1\Omega\, i_0 + 2\Omega\, i_0 = 4\Omega\, i_0 \qquad i_0 = 0{,}5\ A$$

$$V_{THd} = 1\Omega\, i_0 + 2\Omega\, i_0 = 3\Omega\, i_0 = 3\Omega \times 0{,}5\ A = 1{,}5\ V$$

CORRIENTE DE NORTON



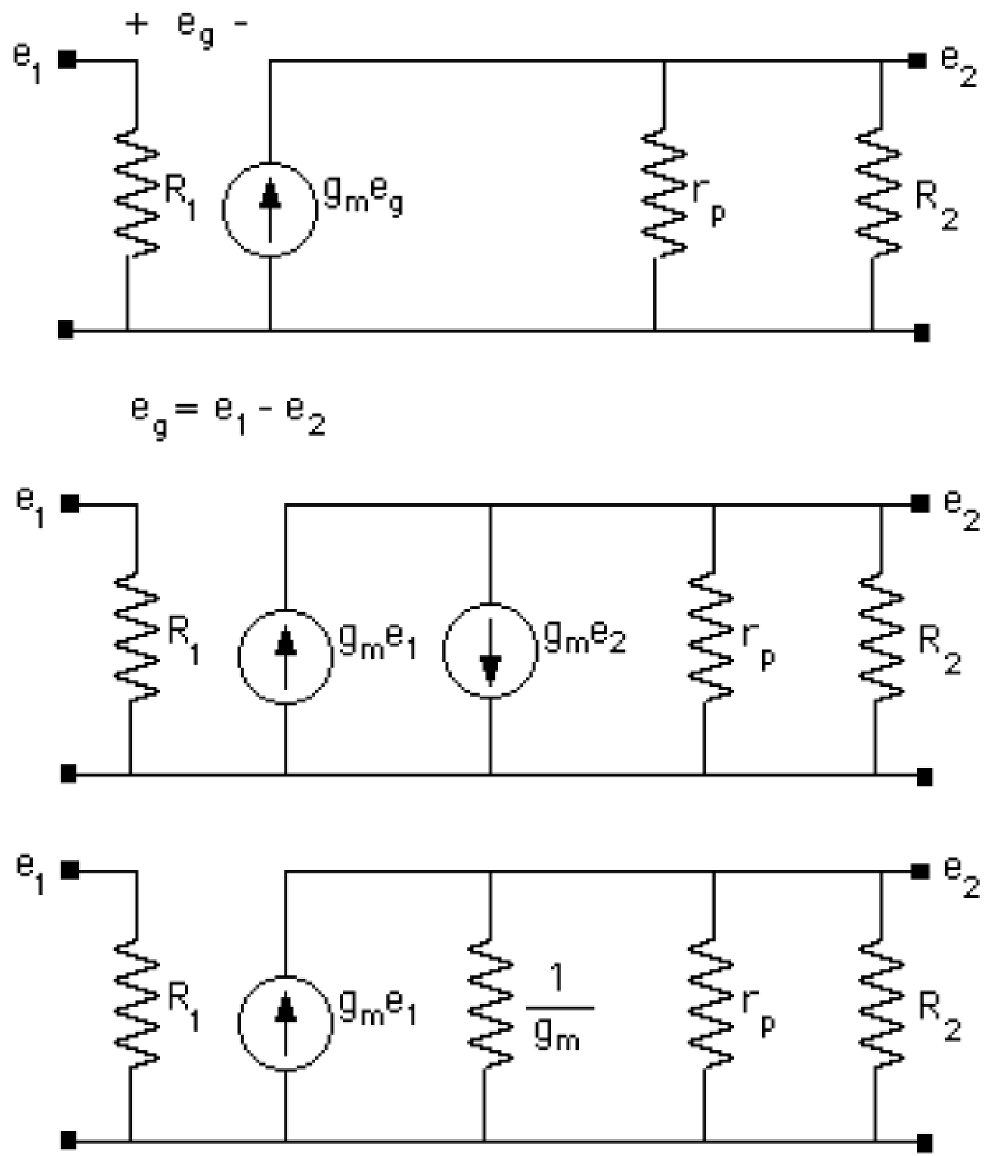
$$\begin{bmatrix} 2i_0 \\ 2V-2i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Nd} \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$i_{Nd} = 1{,}2\ A$$

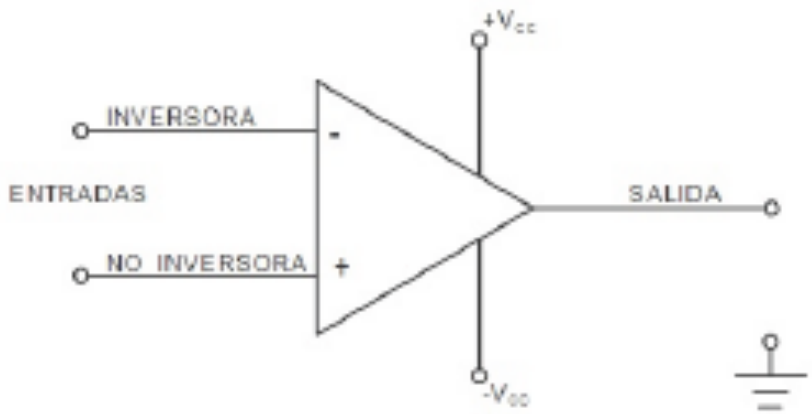
$$R_{THd} = \frac{V_{THd}}{I_{Nd}} = \frac{1.5\ V}{1.2\ A} = 1{,}25\ \Omega$$

TEOREMA DE SUSTITUCIÓN

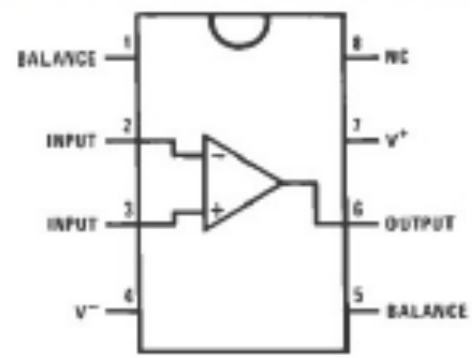
Cualquier rama de una red puede ser reemplazada por otra diferente siempre y cuando la corriente que circula por esa rama y el voltaje entre sus terminales permanezcan inalterados.



EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL
(OPAM)



Dual-In-Line Package (M and N)



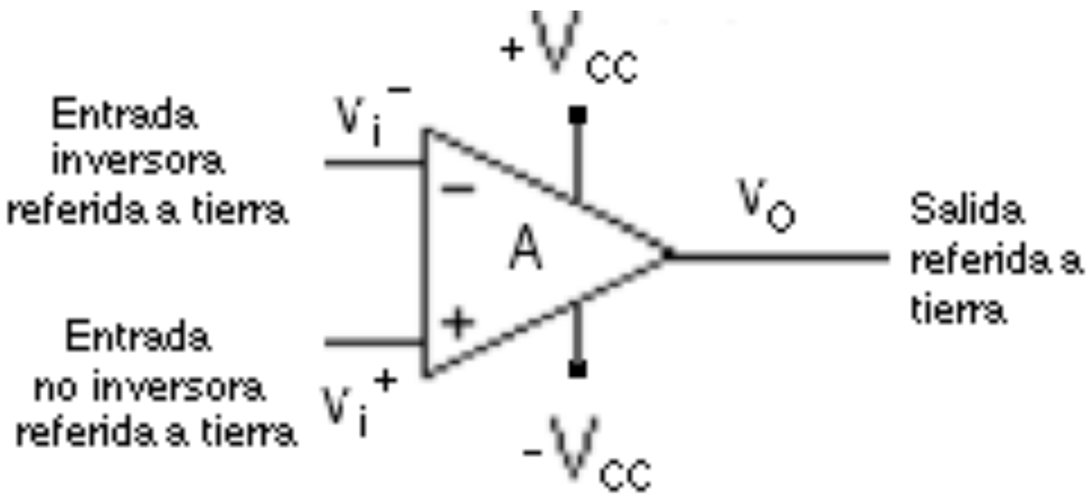
Order Number LF355M, LF356M, LF357M, LF355BM, LF356BM, LF355BN, LF356BN, LF357BN, LF355N, LF356N or LF357N
See NS Package Number M08A or N08E

CARACTERÍSTICAS DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL

Ganancia infinita $A = \infty$

Impedancia de entrada infinita $Ri = \infty$

Impedancia de salida cero $Ro = 0$

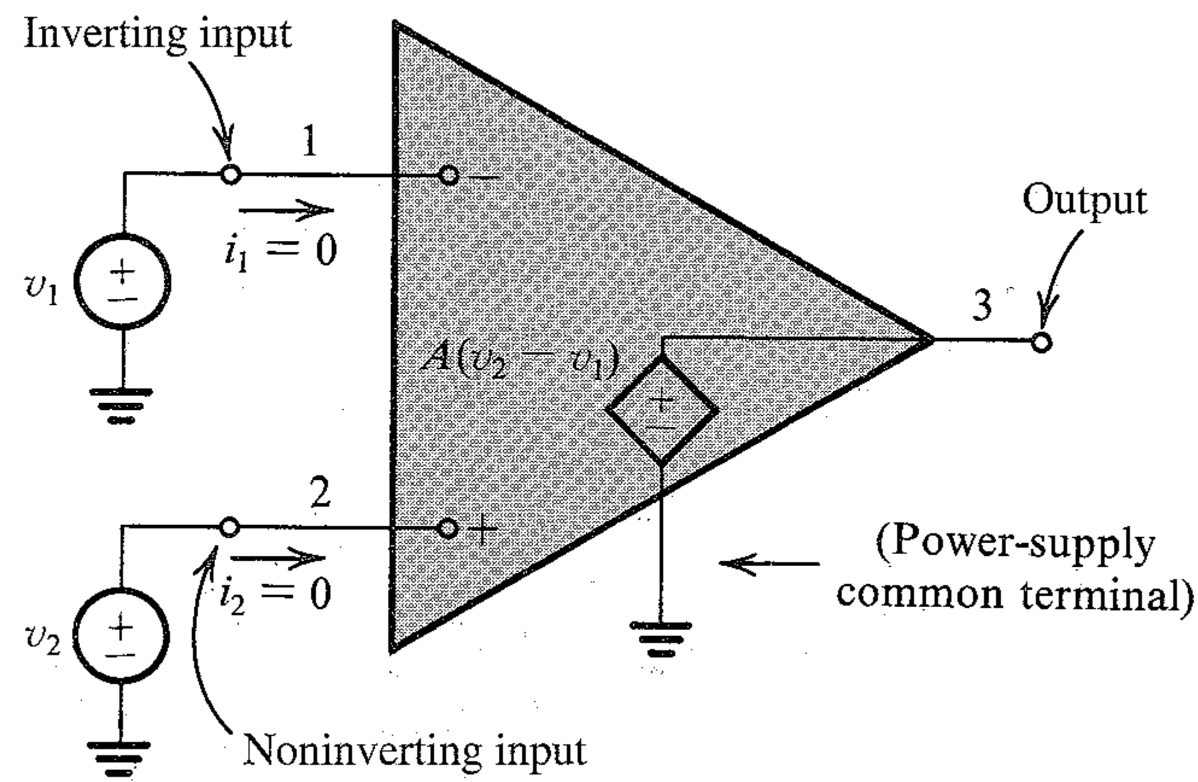


$$Vo = A\,(Vi^{+} - Vi^{-})$$

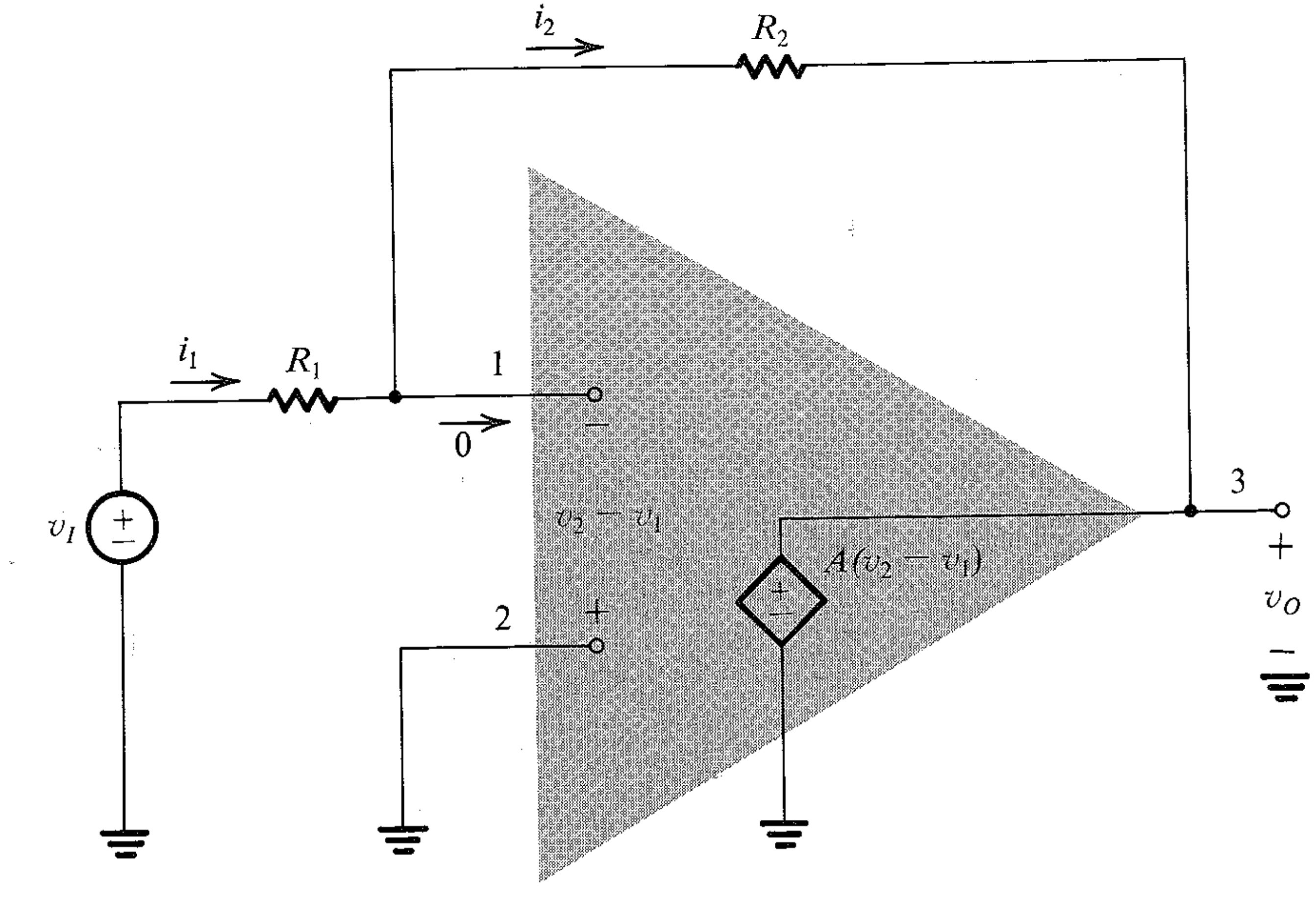
MODELO DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL

Tomado del libro Microelectronic Circuits By Sedra Smith 5Th Edition

$$Vo = A\ (Vi^{+} - Vi^{-})$$



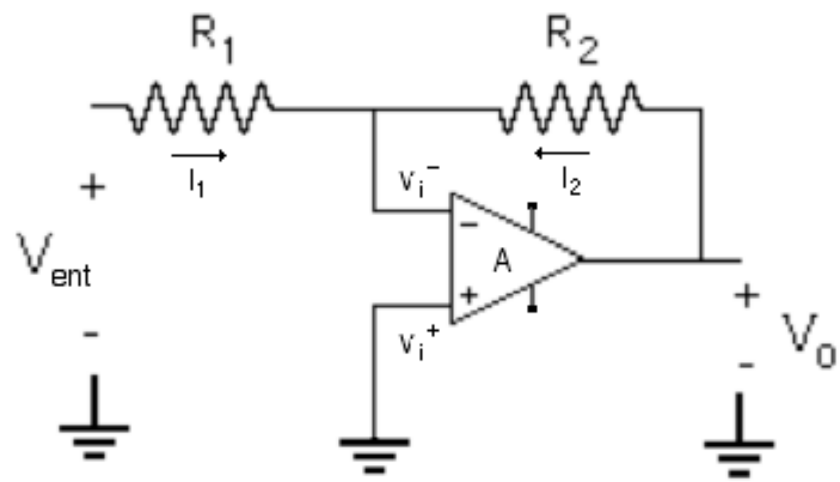
AMPLIFICADOR INVERSOR BÁSICO CON EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL



(a)

AMPLIFICADOR INVERSOR BÁSICO CON EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL

$Vo = A\left(v_i^{+} - v_i^{-}\right)$



Realimentación negativa

Con A = ∞, el voltaje de salida distinto de cero implica $v_i^{+} = v_i^{-}$

TIERRA VIRTUAL

En este caso $v_i^{+} = v_i^{-} = 0$

Entonces: $Vent = R_1 I_1$ y $Vo = R_2 I_2$

Si la impedancia de entrada es ∞ se cumple $I_1 = -I_2$

Por lo tanto se cumple que $\dfrac{Vent}{R_1} = -\dfrac{Vo}{R_2}$

$$\boxed{Vo = -\frac{R_2}{R_1} Vent}$$

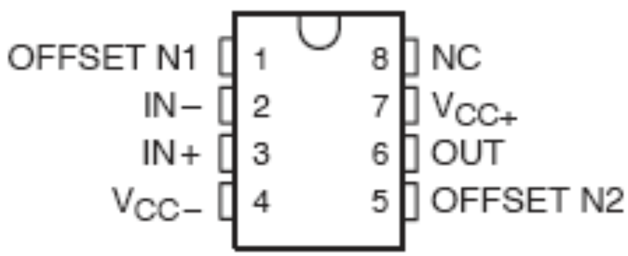
ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LOS AMPLIFICADORES OPERACIONALES REALES (UA741)

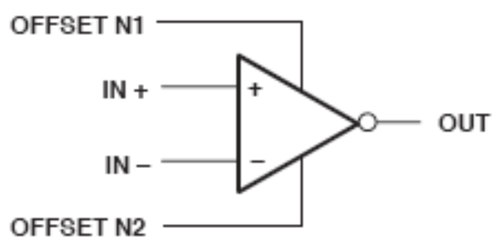
* La ganancia A no es infinita, pero es muy grande (del orden de 10^5 o superior).
* La impedancia de entrada no es infinita, pero es elevada (1MΩ o más).
*La resistencia de salida no es cero, pero es pequeña (pocos ohmios).
*Las fuentes de voltaje de alimentación (±15V) definen el rango de operación del amplificador y la salida no puede alcanzar el valor de la fuente (para las fuentes de ±15V la salidas máximas están alrededor de ±14V).
*Las entradas no son perfectamente simétricas, las corrientes en ambas entradas no son exactamente iguales. Esta es la razón para utilizar la resistencia de R_3 en la entrada no inversora ($R_3=R_1||R_2$) a fin de ayudar a balancear las corrientes de entrada.
*Presentan un ancho de banda finito.

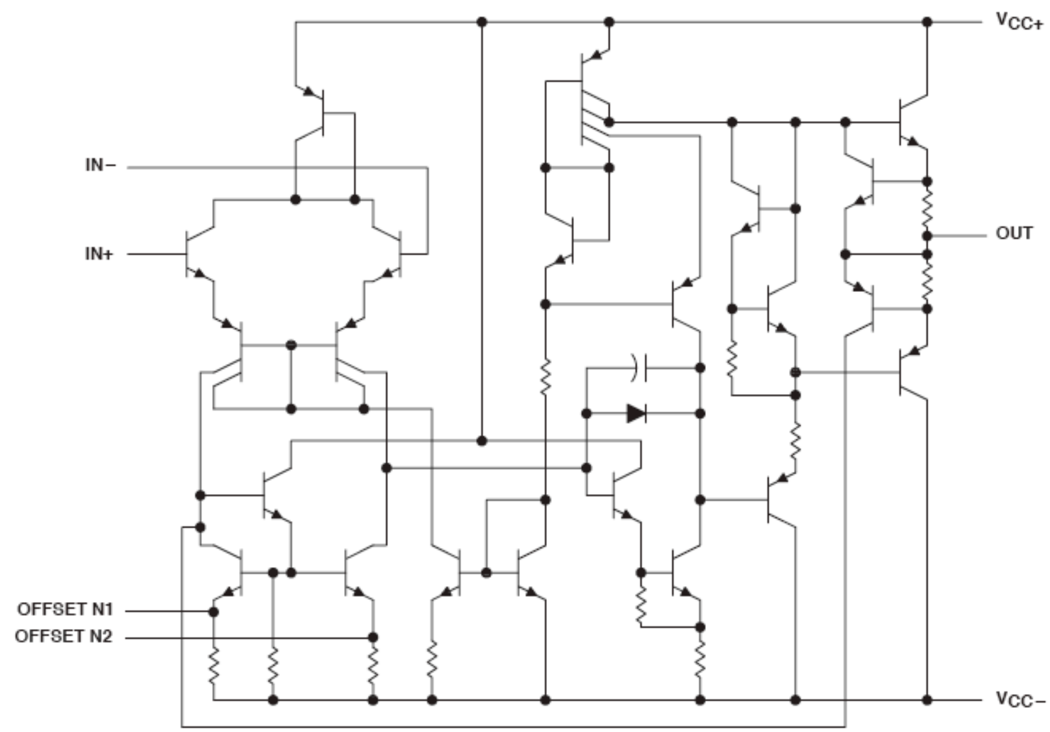
CARACTERISTICAS DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL 741

absolute maximum ratings over operating free-air temperature range (unless otherwise noted)†

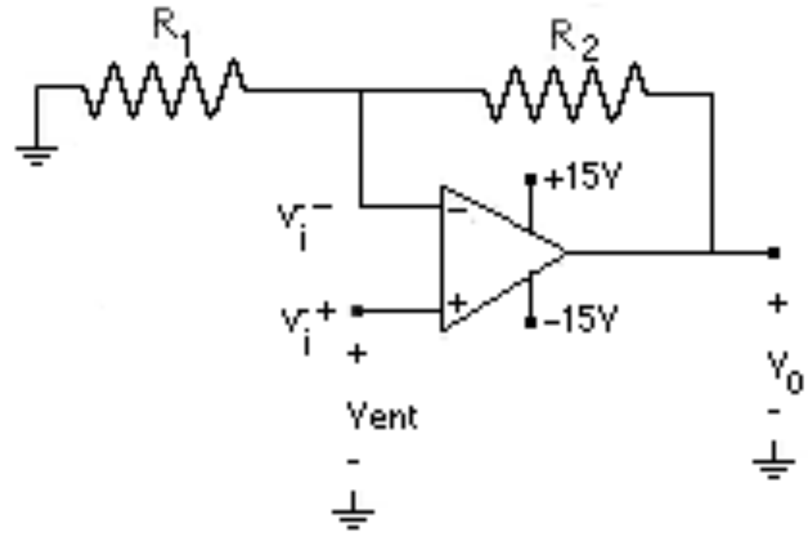
	µA741C	µA741I	µA741M	UNIT
Supply voltage, V_{CC+} (see Note 1)	18	22	22	V
Supply voltage, V_{CC-} (see Note 1)	−18	−22	−22	V
Differential input voltage, V_{ID} (see Note 2)	±15	±30	±30	V
Input voltage, V_I any input (see Notes 1 and 3)	±15	±15	±15	V
Voltage between offset null (either OFFSET N1 or OFFSET N2) and V_{CC-}	±15	±0.5	±0.5	V
Duration of output short circuit (see Note 4)	unlimited	unlimited	unlimited	







AMPLIFICADOR NO INVERSOR BÁSICO CON EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL



$$Vo = A\left(v_i^+ - v_i^-\right)$$

Realimentación negativa

Con A = ∞, el voltaje de salida distinto de cero implica $v_i^+ = v_i^-$

EN ESTE CASO $v_i^+ = v_i^- = Vent$

Entonces: $Vo - Vent = R_2 I_2$ y $Vent = R_1 I_1$

Si la impedancia de entrada es ∞ se cumple $I_1 = I_2$

Por lo tanto $\dfrac{Vo - Vent}{R_2} = \dfrac{Vent}{R_1}$

$$Vo = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) Vent$$

SEGUIDOR DE VOLTAJE CON EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL

$$Vo = A\left(v_i^{+} - v_i^{-}\right)$$

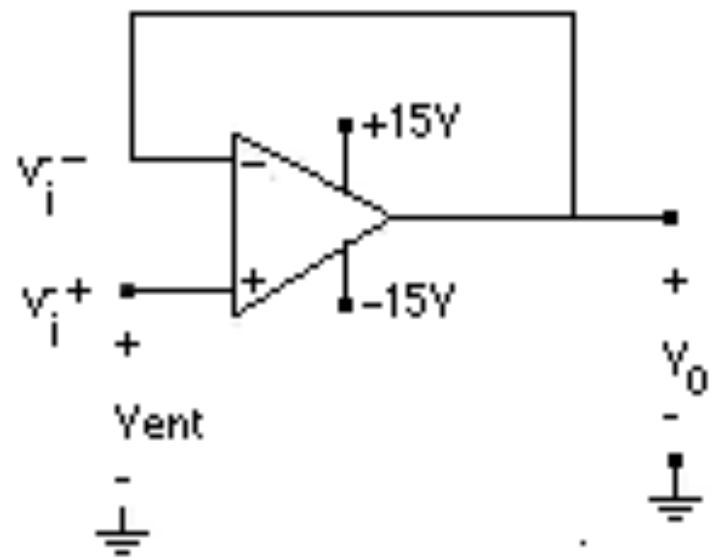
Realimentación negativa

Con A = ∞, el voltaje de salida distinto de cero implica $v_i^{+} = v_i^{-}$

En este caso $v_i^{+} = v_i^{-} = Vent$

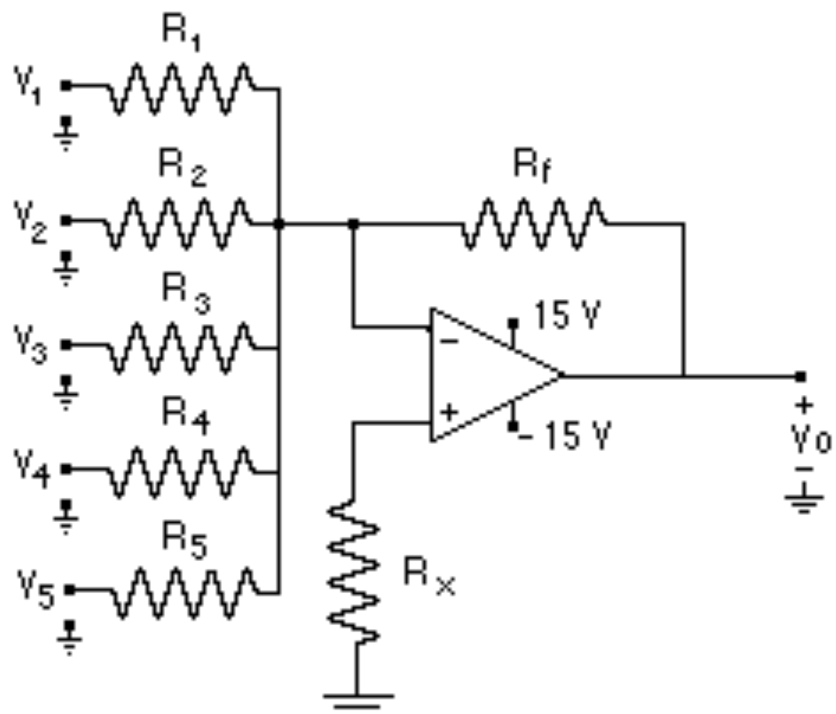
Entonces:

$$Vo = Vent$$



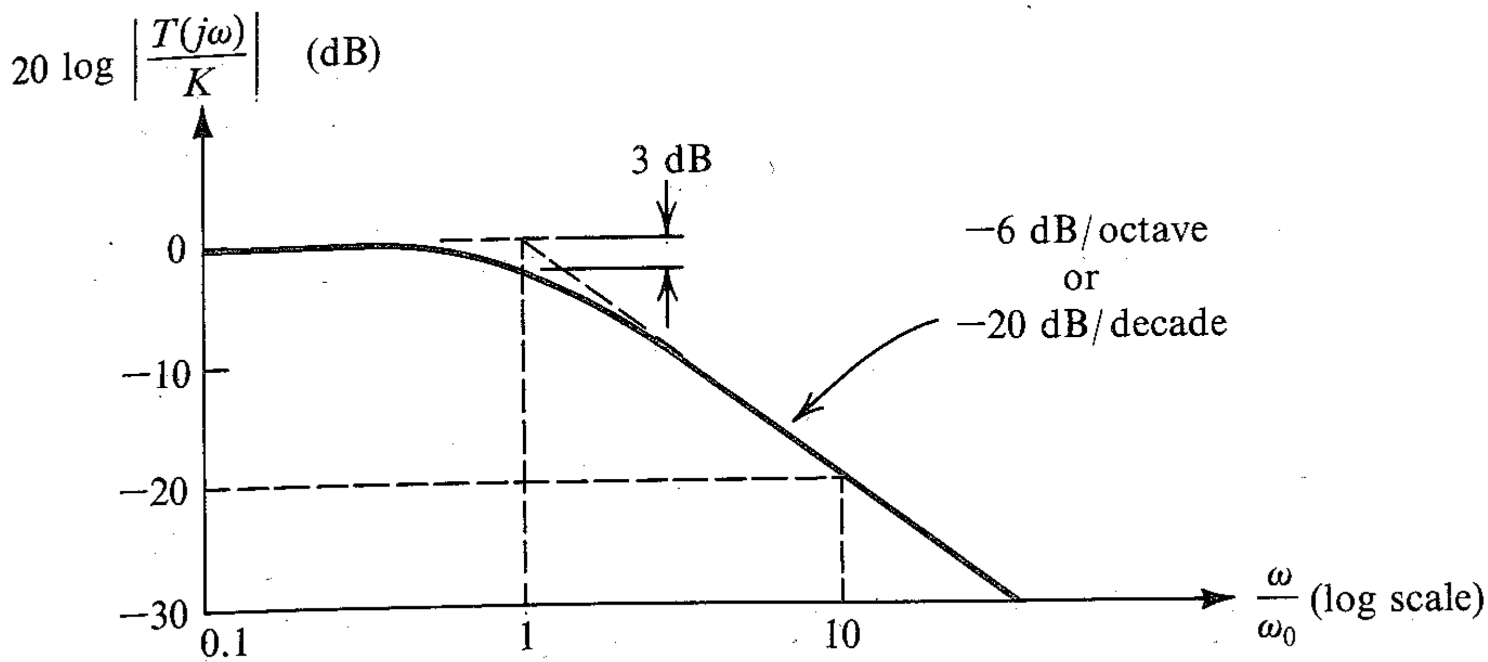
Característica importante: Impedancia de muy alta (teóricamente infinita)

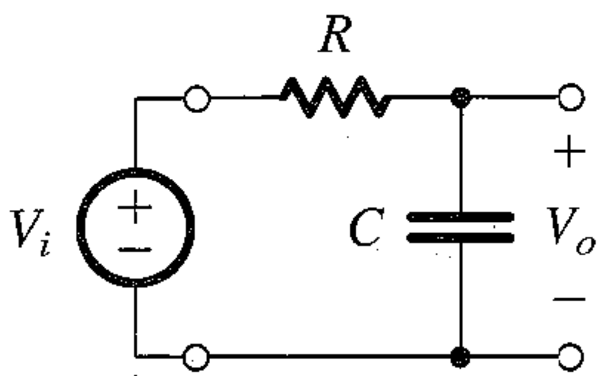
SUMADOR INVERSOR CON EL AMPLIFICADOR DIFERENCIAL IDEAL



$$Vo = -\left(\frac{R_F}{R_1}V_1 + \frac{R_F}{R_2}V_2 + \frac{R_F}{R_3}V_3 + \frac{R_F}{R_4}V_4 + \frac{R_F}{R_5}V5\right)$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA
CIRCUITO DE PRIMER ORDEN

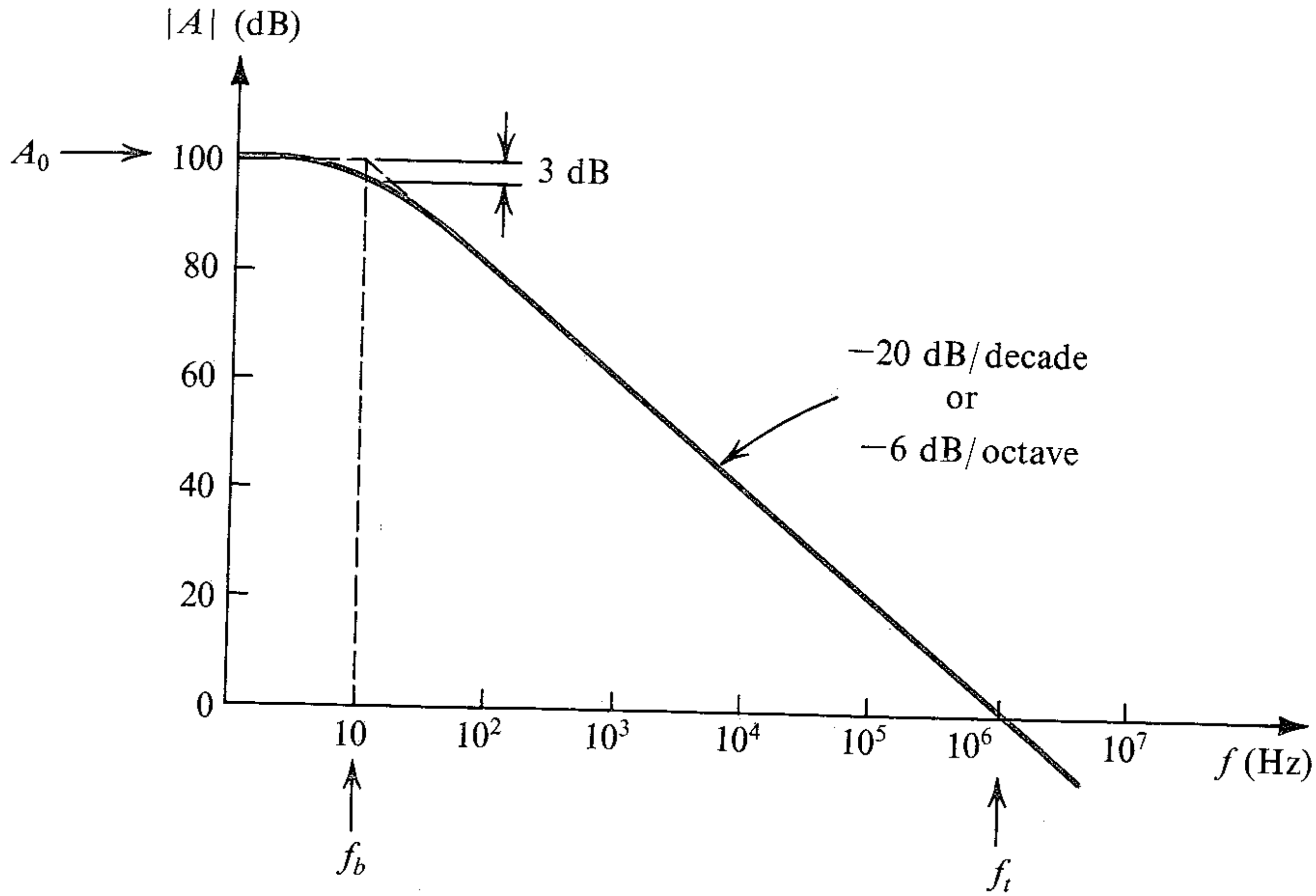




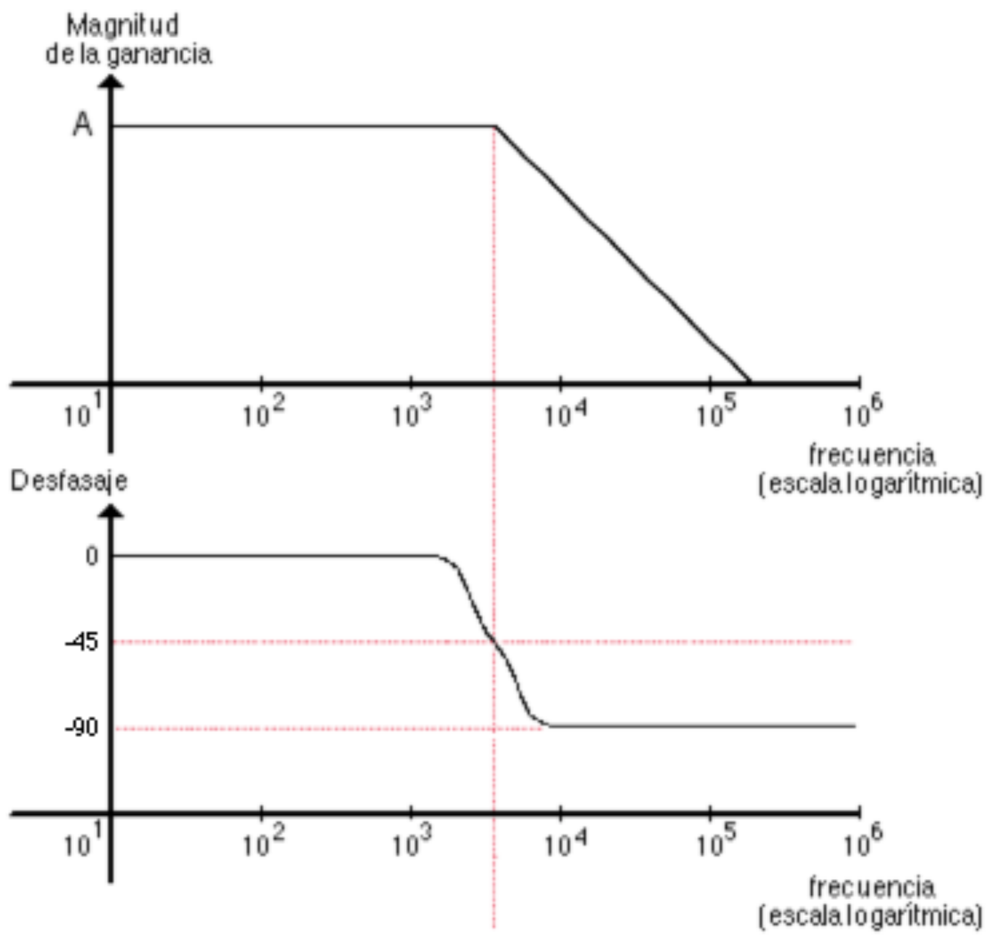
$$\frac{K}{1 + (s/\omega_0)}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA AMPLIFICADOR OPERACIONAL.

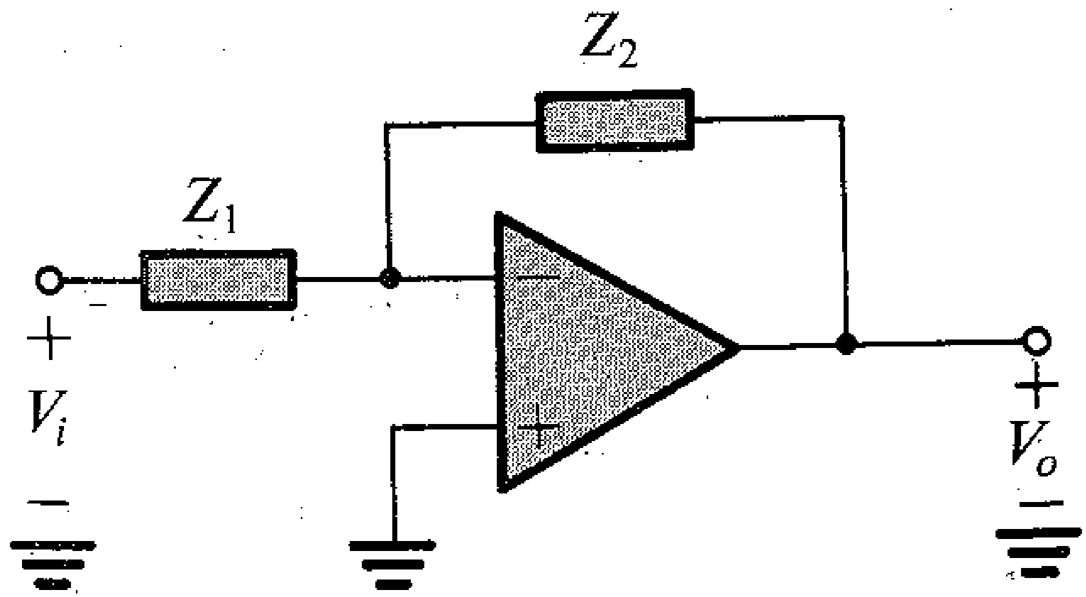
$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$$



RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL AMPLIFICADOR NO INVERSOR: GANANCIA AC Y DESFASAJE



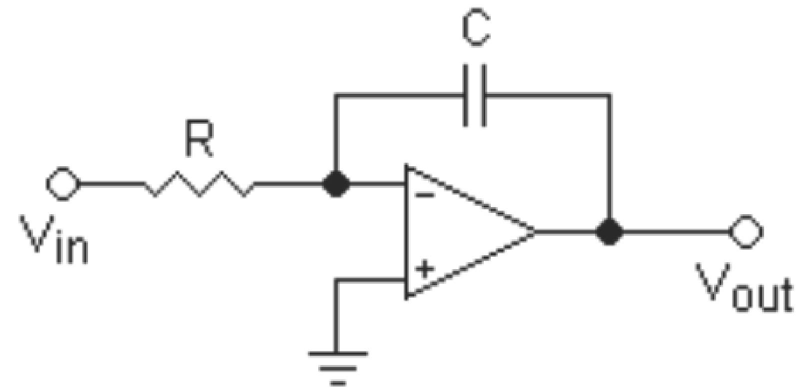
ANALISIS DE AMPLIFICADORES CON IMPEDANCIAS



$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

INTEGRADOR

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{1/sC}{R} = -\frac{1}{sRC}$$



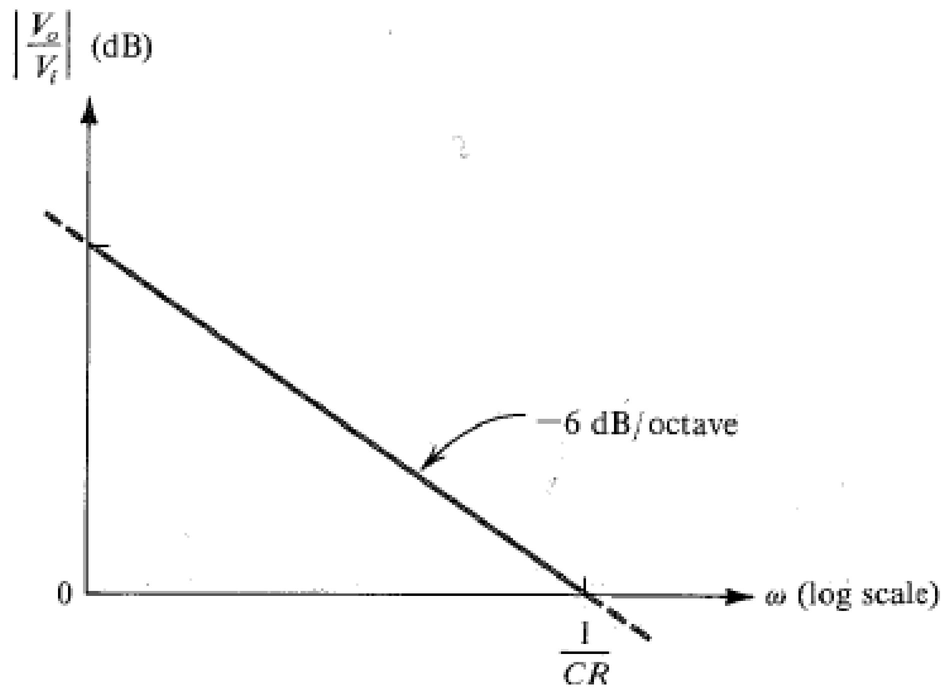
- $$V_{\mathrm{out}} = \int_0^t -\frac{V_{\mathrm{in}}}{RC}\,dt + V_{\mathrm{inicial}}$$

RC: Constante de tiempo de integración

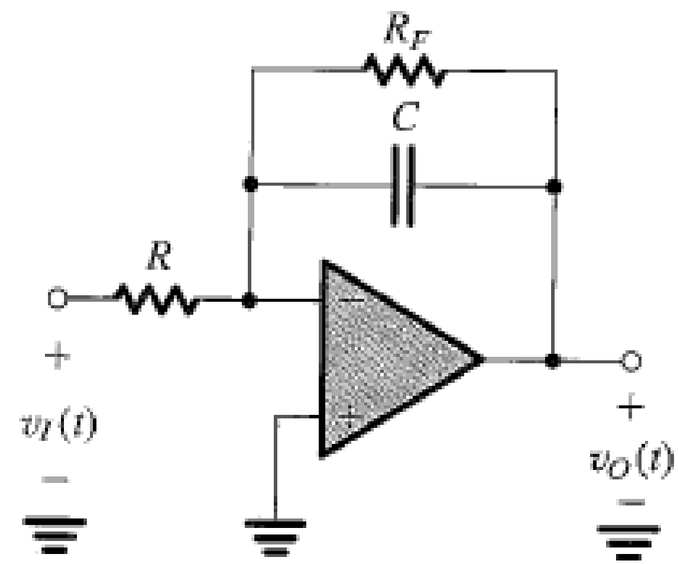
Muy sensible a todas las imperfecciones del operacional.

Inclusive se puede saturar simplemente por el voltaje de "offset"

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL INTEGRADOR

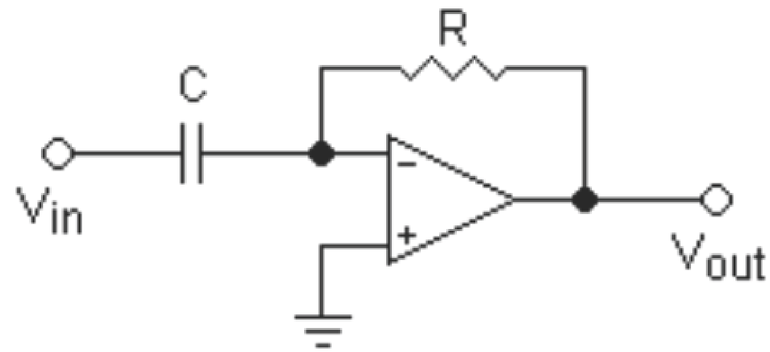


Para estabilizar el integrador se coloca una R_F de valor elevado



DERIVADOR

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R}{1/sC} = -sRC$$

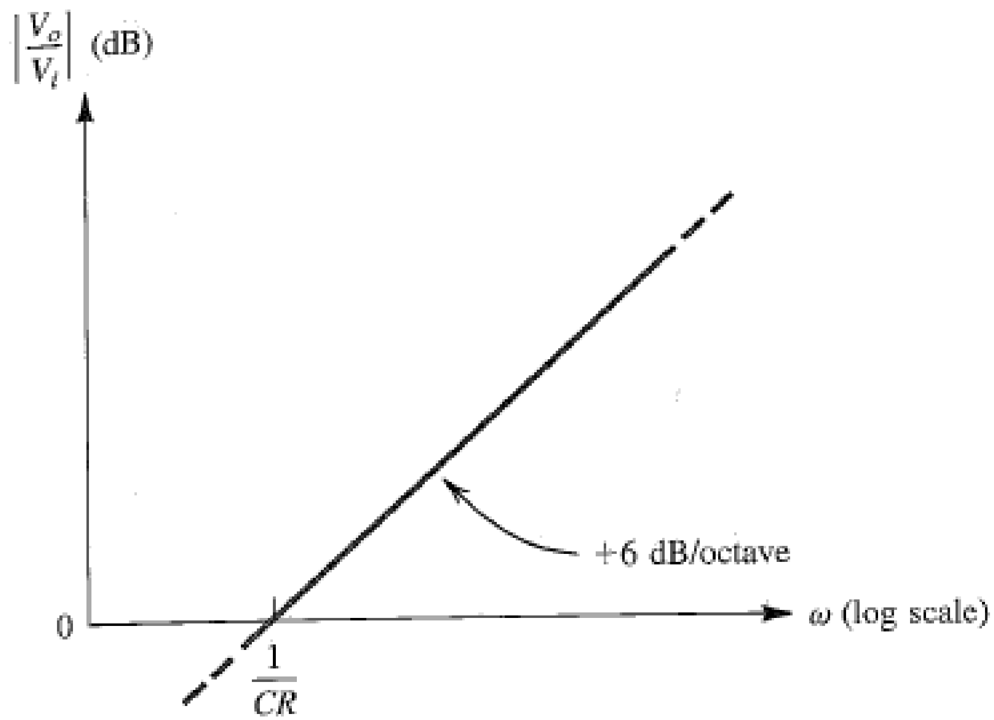


$$V_{\text{out}} = -RC\,\frac{dV_{\text{in}}}{dt}$$

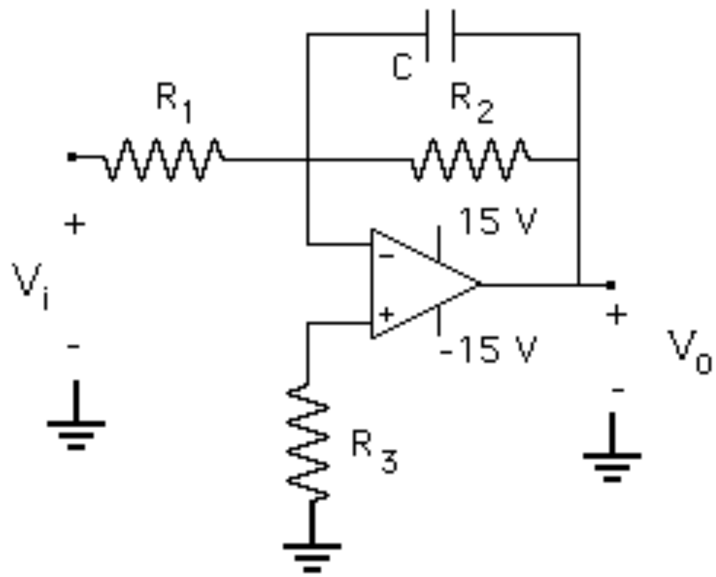
RC: Constante de tiempo de derivación

Este circuito se considera un "amplificador de ruido" debido al pico de voltaje que se produce en la salida cada vez que hay un voltaje de entrada tipo escalón. Debido a esto, se usa muy poco.

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL DERIVADOR



FILTRO PASA BAJO ACTIVO



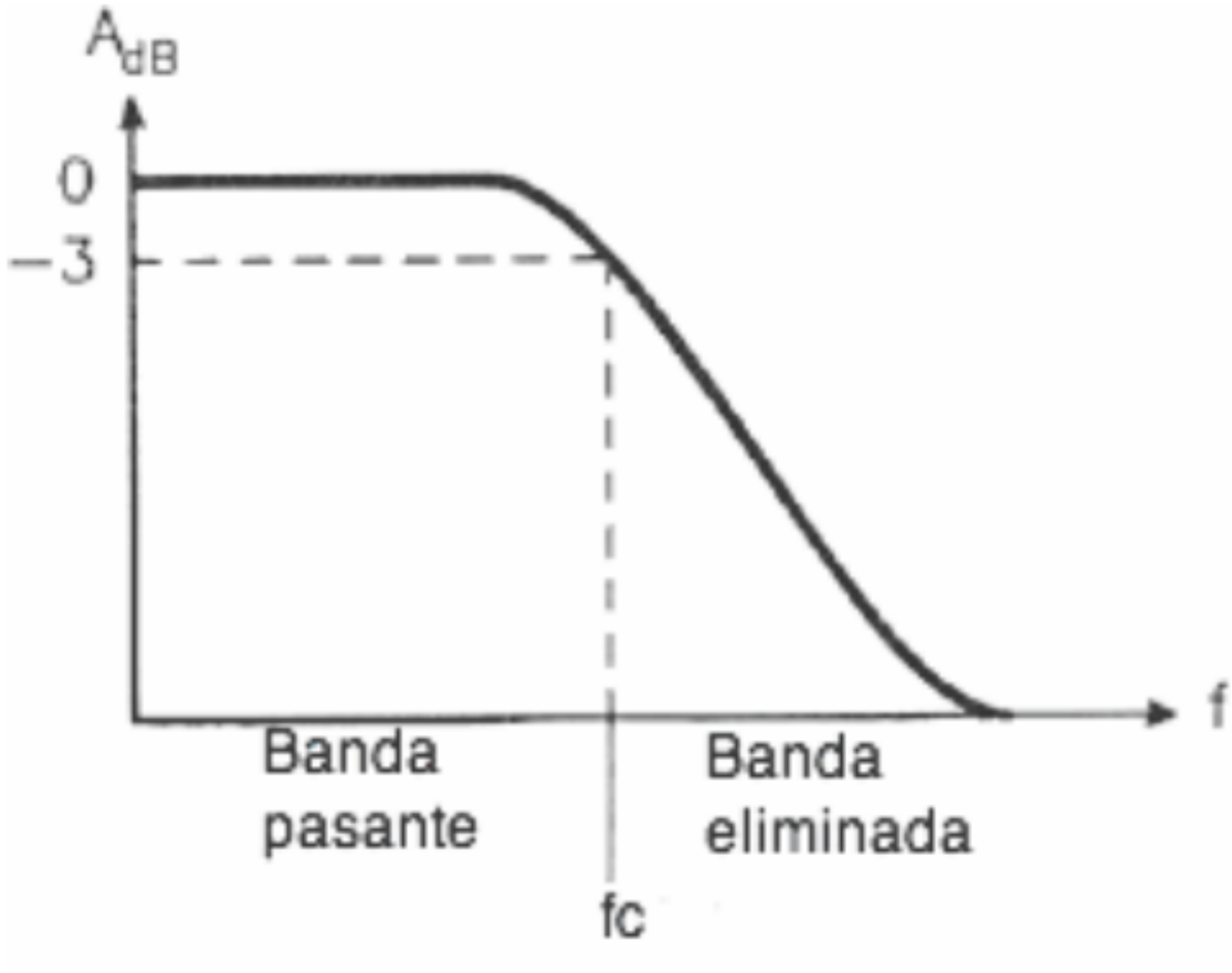
$$Zr = \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{R_2 + \left(\frac{1}{j\omega C}\right)} \Rightarrow |Zr| = \frac{\frac{R_2}{\omega C}}{\sqrt{R_2{}^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{R_1}\frac{\frac{R_2}{\omega C}}{\sqrt{R_2{}^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

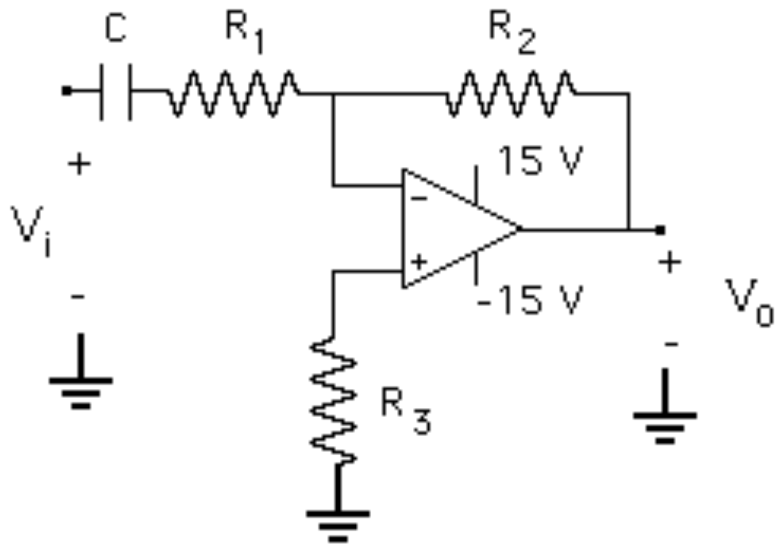
Frecuencia de corte: Frecuencia para el voltaje es 0,707 el voltaje máximo (3 dB)

$$R_2 = \frac{1}{\omega_c C} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

RESPUESTA FILTRO PASA BAJO ACTIVO DE PRIMER ORDEN



FILTRO PASA ALTO ACTIVO



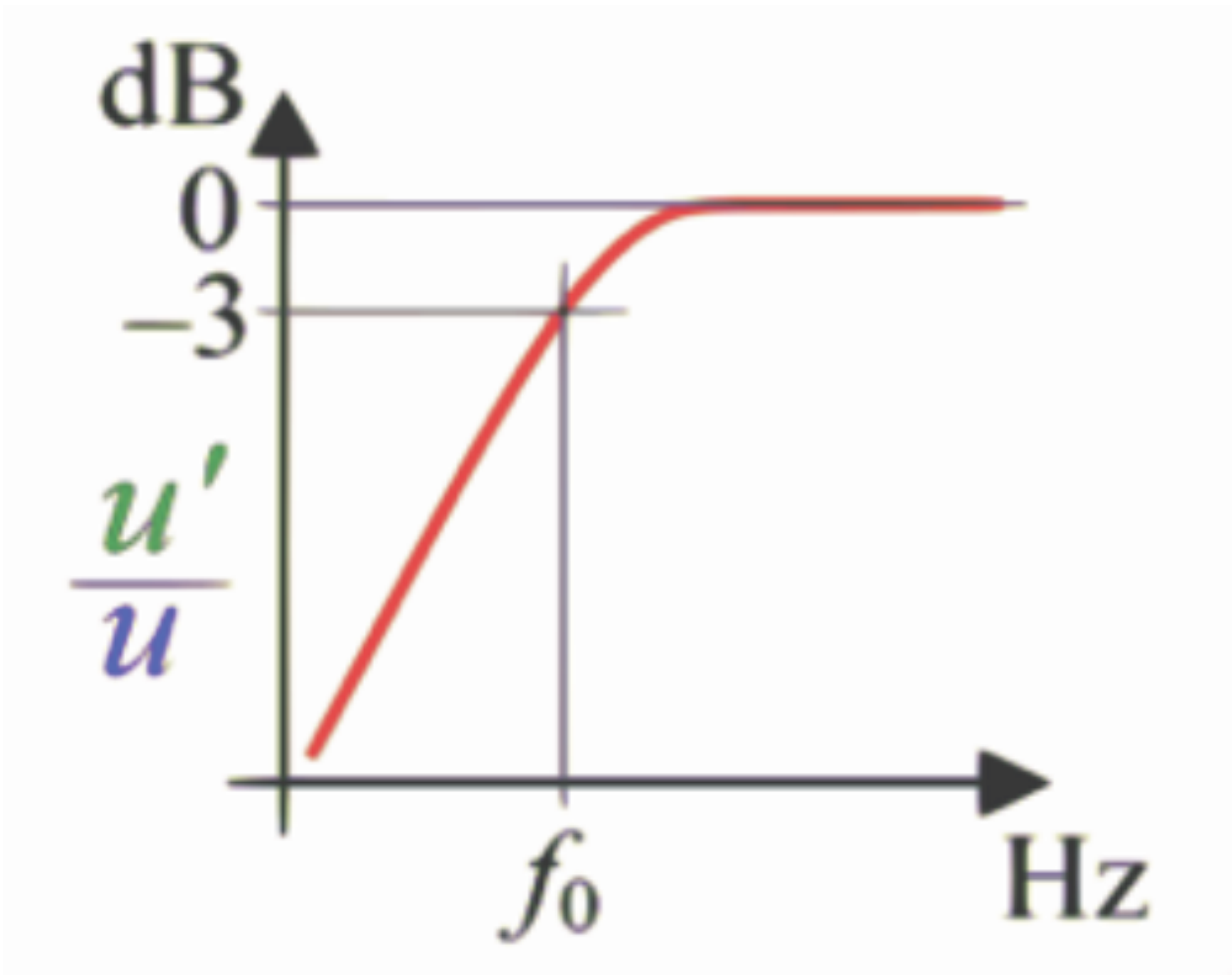
$$Z_i = R_1 + \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow |Z_i| = \sqrt{R_1{}^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{\sqrt{R_1{}^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

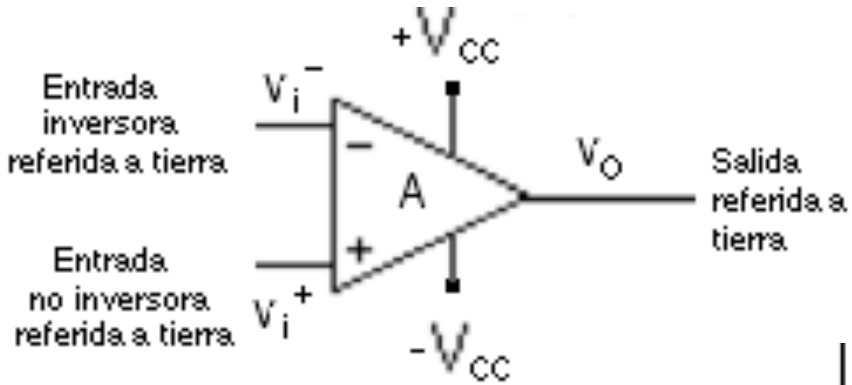
Frecuencia de corte:

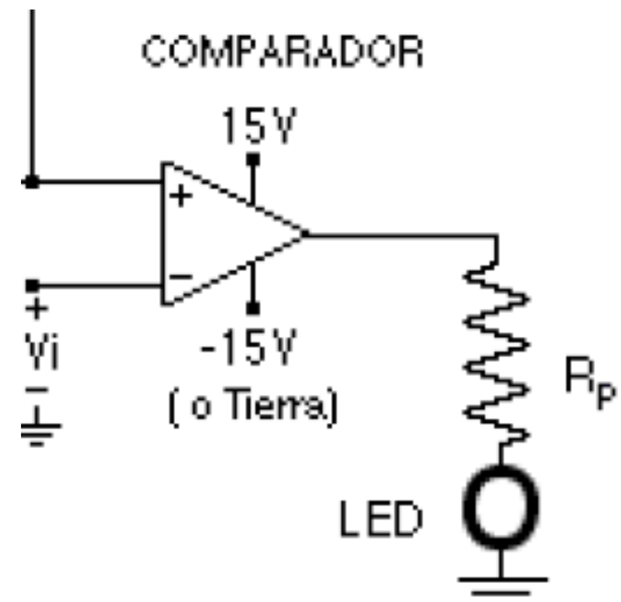
$$R_1 = \frac{1}{\omega_c C} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

RESPUESTA FILTRO PASA ALTO ACTIVO DE PRIMER ORDEN

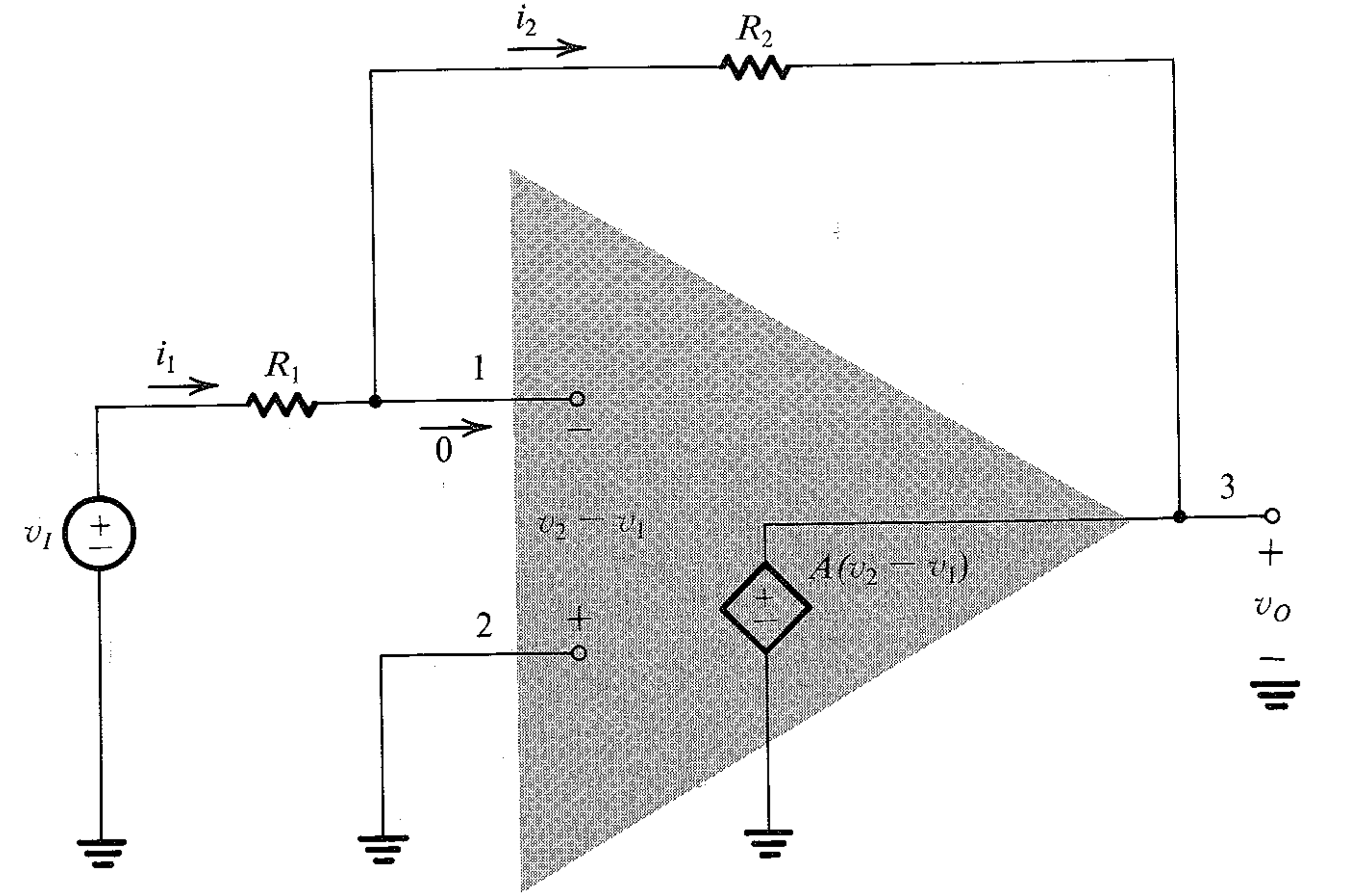


AMPLIFICADOR COMPARADOR
(NO LINEAL)





ANALISIS DEL AMPLIFICADOR INVERSOR CON GANANCIA NO INFINITA



(a)

$$v_O = A(v_2 - v_1) = A(-v_1) \Rightarrow v_1 = -v_O/A$$

GANANCIA NO INFINITA

Corriente i_1

$$i_1 = \frac{v_I - \left(-v_O/A\right)}{R_1} = \frac{v_I + v_O/A}{R_1}$$

Se cumple $i_1 = i_2$

La malla más externa

$$\left(-\frac{v_O}{A}\right) - v_O = i_2 R_2 = i_1 R_2 = R_2\left(\frac{v_I + v_O/A}{R_1}\right)$$

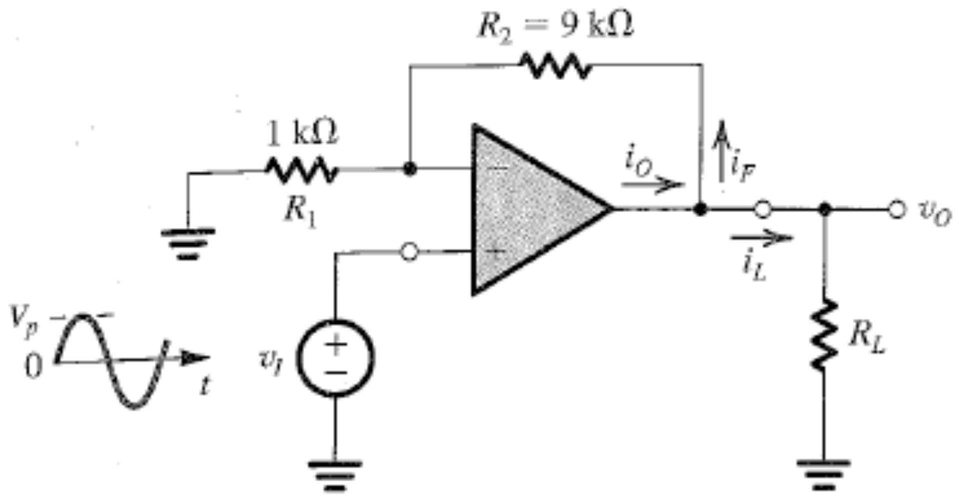
Despejando Vo

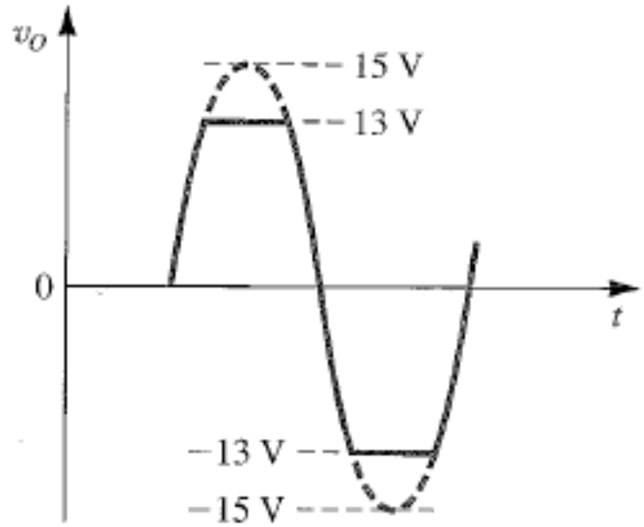
$$-\frac{v_O}{A} - v_O - \frac{R_2}{R_1}\frac{v_O}{A} = \frac{R_2}{R_1} v_I$$

Arreglando términos resulta

$$G = \frac{v_O}{v_I} = \frac{-R_2/R_1}{1 + \left(1 + R_2/R_1\right)/A}$$

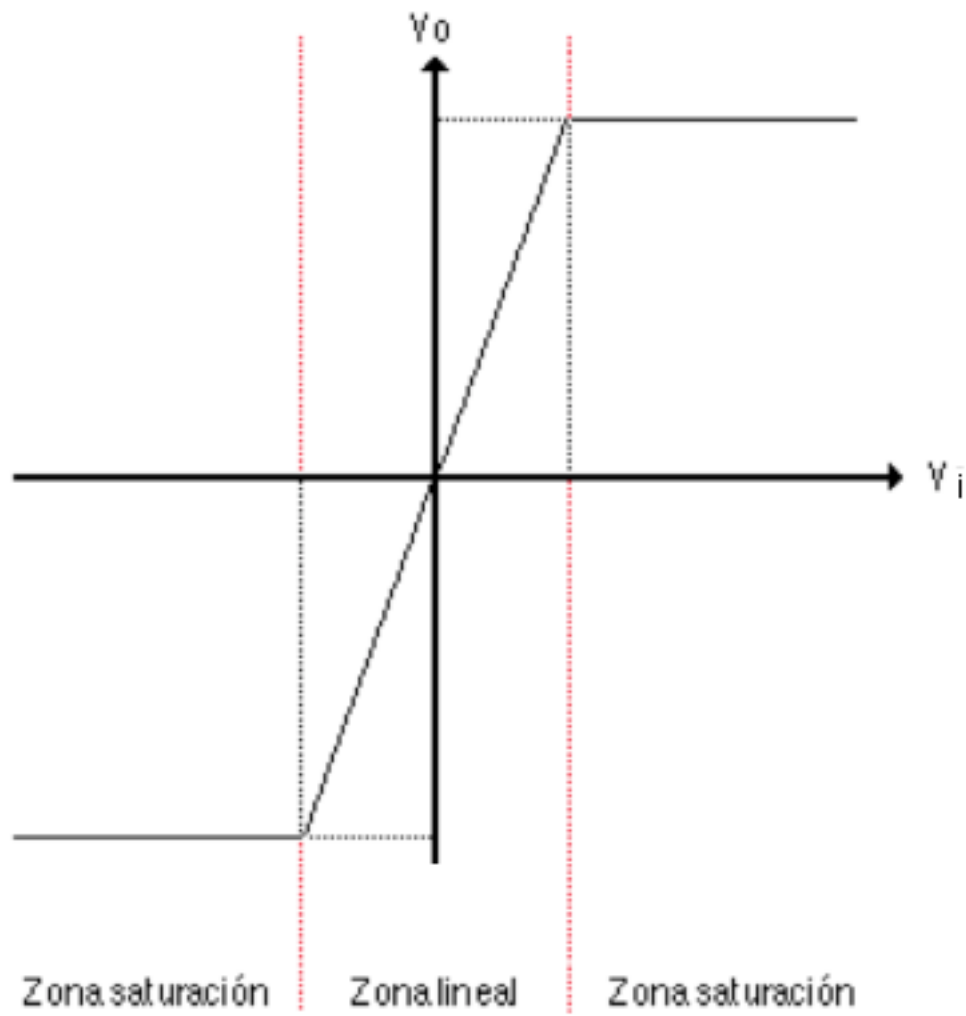
SATURACIÓN DEL VOLTAJE DE SALIDA





EL OPERACIONAL TAMBIÉN TIENE LIMITACIÓN DE LA MÁXIMA CORRIENTE QUE PUEDE ENTREGAR A LA RESISTENCIA DE CARGA (20 mA)

CARACTERÍSTICA DC DEL AMPLIFICADOR NO INVERSOR



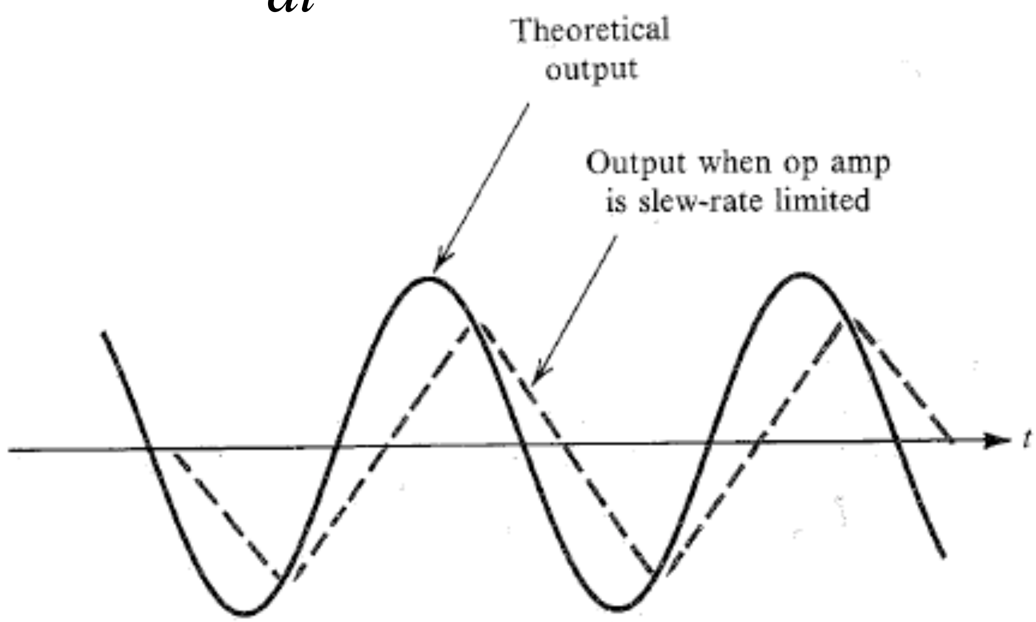
SLEW RATE

Es la máxima velocidad a la que puede variar el voltaje de salida, expresada en V/μs

$$\frac{dv_O}{dt}\Big|_{\max} = SR$$

El fabricante especifica f_M = Máximo ancho de banda de potencia (full power bandwidth): Frecuencia a la cual una señal sinusoidal a la salida del opam comienza a mostrar distorsión debido al efecto del slew rate. En un seguidor de voltaje:

$$v_O = V_i sen\omega t \qquad \frac{dv_O}{dt} = \omega V_i \cos\omega t \qquad SR = V_{O\max}\omega_M$$

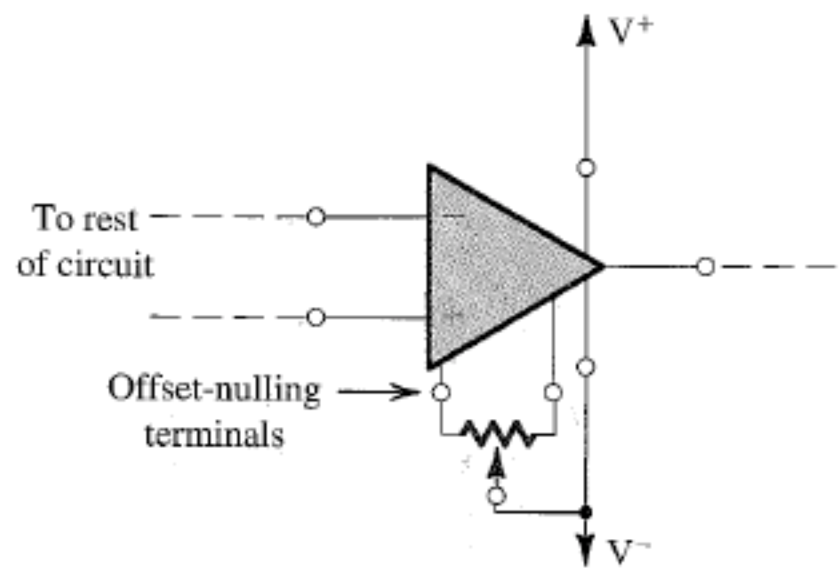


VOLTAJE DE OFFSET

Al colocar las dos entradas del operacional a tierra, vamos a observar un voltaje a la salida.

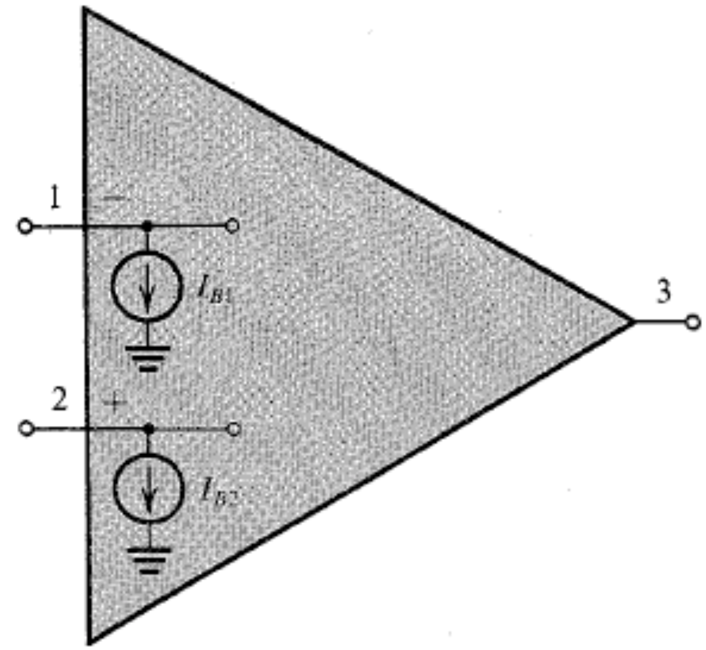
Si la ganancia es muy alta, el operacional puede saturar al voltaje positivo o negativo.

Para que la salida sea 0V, hay que aplicar una fuente de voltaje de la polaridad apropiada para que contrarreste el efecto del denominado Voltaje de Offset.



CORRIENTES DE ENTRADA DE POLARIZACIÓN (BIAS) Y DE OFFSET

Para que el operacional pueda funcionar, tienen que circular corrientes por sus entradas, I_{B1} e I_{B2} independientemente de sus resistencias de entrada. El fabricante especifica:



Corriente de polarización de entrada (input bias current):

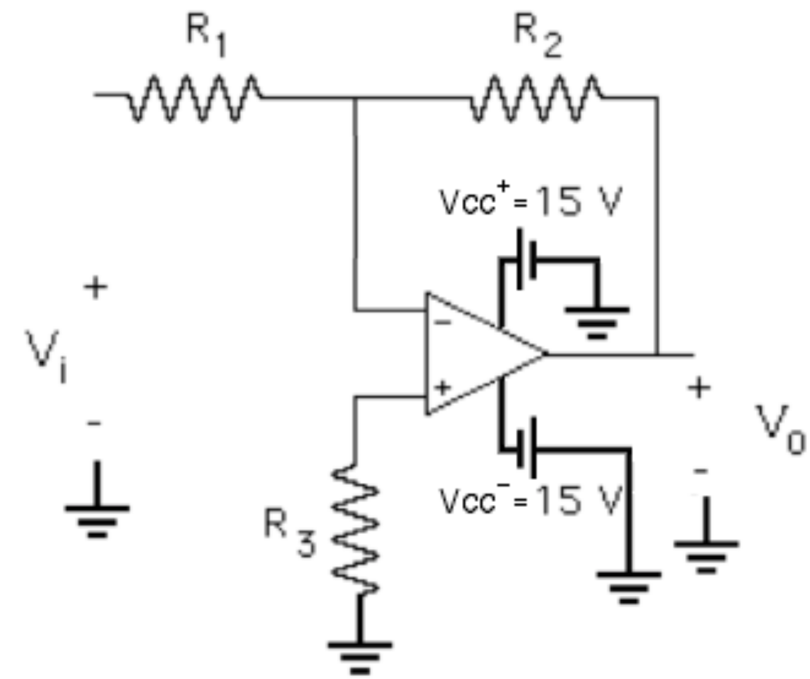
$$I_B = \frac{I_{B1} + I_{B2}}{2}$$

Corriente de offset de entrada (input offset current):

$I_B = 100nA$ $I_{OS} = 10nA$

$$I_{OS} = \lfloor I_{B1} - I_{B2} \rfloor$$

PRIMER AJUSTE PARA EQUILIBRAR LAS CORRIENTES DE ENTRADA: LA RESISTENCIA R_3



$$R_3 = R_1 \parallel R_2$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES EN LAZO CERRADO (O REALIMENTACIÓN NEGATIVA)

Ecuación de la función de transferencia con ganancia A finita:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_2/R_1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A}$$

Sustituimos A por la ecuación para definir la variación de la ganancia en función del tiempo, esto es:

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$$

Obtenemos

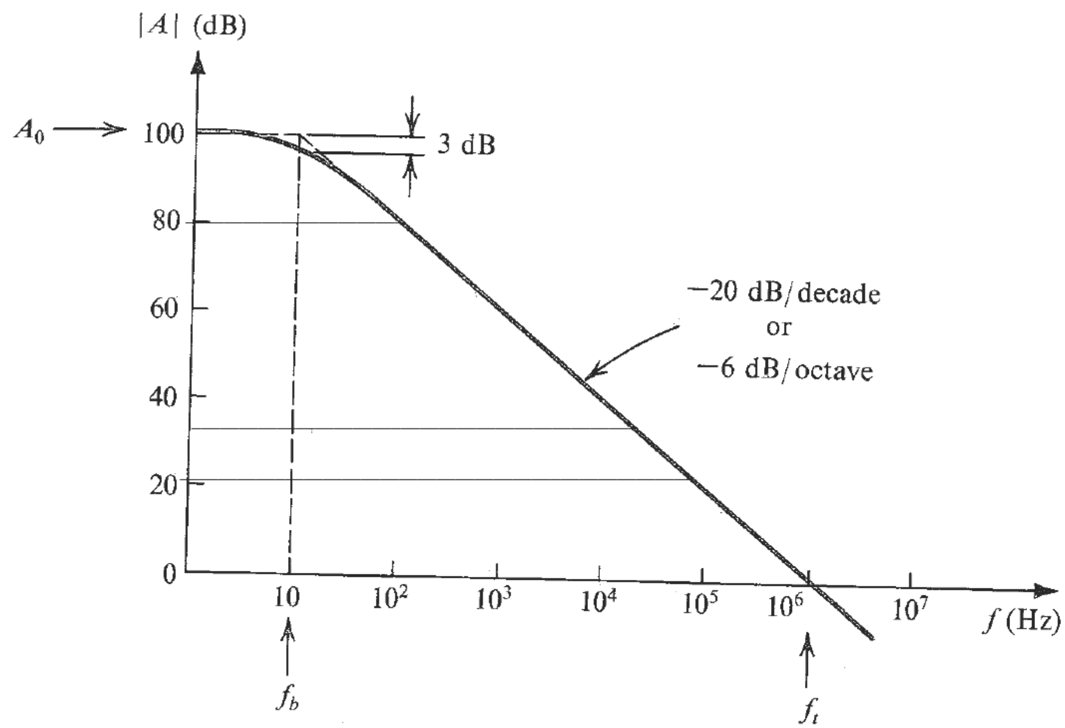
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_2/R_1}{1 + \dfrac{(1 + R_2/R_1)(1 + s/\omega_b)}{A_o}}$$

Desarrollando el denominador

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_2 / R_1}{1 + \dfrac{(1 + R_2 / R_1)}{A_o} + \dfrac{(1 + R_2 / R_1)(s / \omega_b)}{A_o}}$$

Podemos despreciar el segundo término del denominador porque $A_o \gg (1+R_2/R_1)$.

En la gráfica de la respuesta en frecuencia del amplificador operacional la frecuencia para la cual la ganancia llega a 1 (0 dB) está identificada como f_t. La frecuencia angular correspondiente es ω_f.



Por lo tanto: $$1 = \frac{A_o}{1 + j\omega_f / \omega_b}$$

Dado que $\omega_f >> \omega_b$ puede aproximarse a $$|1| = \frac{A_o}{\omega_f / \omega_b} \Rightarrow \omega_b A_o = \omega_f$$

Sustituyendo en la ecuación de Vo/Vi

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_2/R_1}{1 + (1 + R_2/R_1)\dfrac{s}{\omega_b A_o}} = \frac{-R_2/R_1}{1 + (1 + R_2/R_1)\dfrac{s}{\omega_t}} = \frac{-R_2/R_1}{1 + \dfrac{s}{\dfrac{\omega_t}{(1 + R_2/R_1)}}}$$

Esto significa que la respuesta en frecuencia de un amplificador con resistencias R_1 y R_2 también presenta una respuesta de primer orden cuya frecuencia de corte esta dada por

$$\omega_c = \frac{\omega_t}{1 + R_2/R_1}$$