

ANÁLISIS MATEMÁTICO UTILIZANDO LA CARACTERÍSTICA REAL DEL DIODO (APROXIMACIONES SUCESIVAS)

$$i = I_S \left(e^{v/nV_T} - 1 \right)$$

Voltaje térmico $V_T = kT/q$

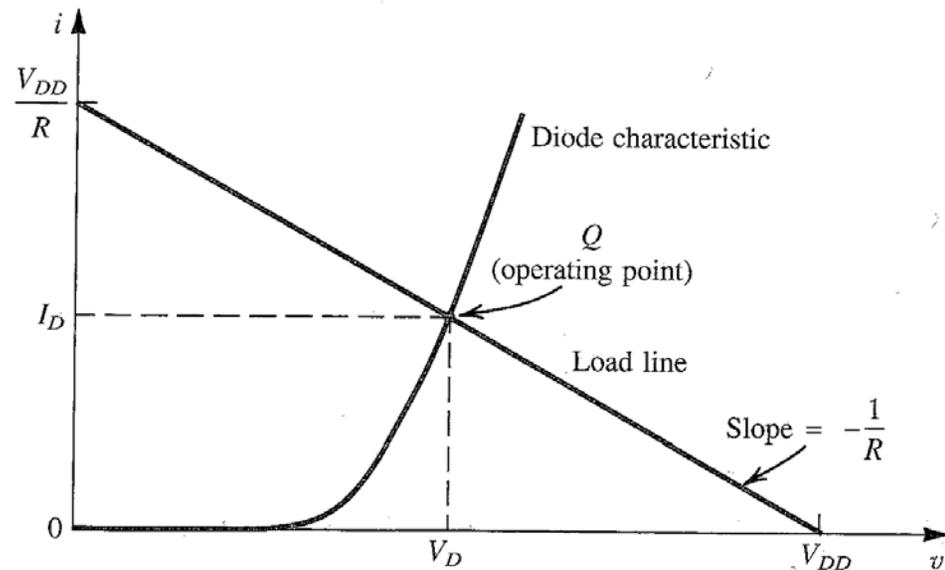
k : Constante de Boltzman =
 $= 1,38 \times 10^{-23}$ joules/kelvin

T = temperatura en $^{\circ}\text{K}$

q = carga del electrón =
 $= 1,6 \times 10$ coulombs

A temperatura ambiente (20°C) $V_T = 25,2\text{mV}$, por lo que en los análisis matemáticos se considera $V_T = 25\text{mV}$.

Valores de n : Entre 1 y 2.



Cuando i es mucho mayor que I_s la ecuación se puede aproximar a

$$i = I_s \left(e^{v/nV_T} \right) \quad v = nV_T \ln \frac{i}{I_s}$$

$$I_1 = I_s \left(e^{V_1/nV_T} \right) \quad I_2 = I_s \left(e^{V_2/nV_T} \right) \quad \frac{I_2}{I_1} = \left(e^{(V_2 - V_1)/nV_T} \right)$$

$$V_2 - V_1 = nV_T \ln \frac{I_2}{I_1} \quad V_2 - V_1 = 2,3nV_T \log \frac{I_2}{I_1}$$

Con estas ecuaciones se puede utilizar el método de aproximaciones sucesivas

PROBLEMA 1: DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE OPERACIÓN CONSIDERANDO LA ECUACIÓN EXACTA DEL DIODO

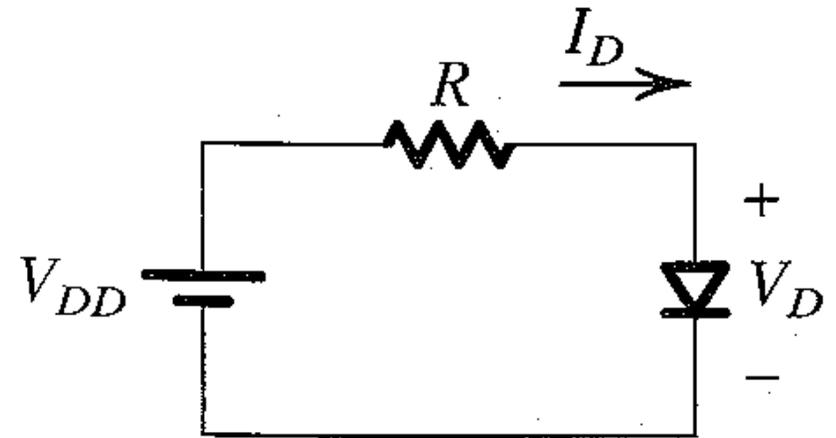
Hallar I_D y V_D en el siguiente
circuito, si $V_{DD} = 5V$ y $R = 1k\Omega$
El diodo tiene una corriente de 1 mA
a $0,7V$ $n=2$

Considerando que el voltaje en el
diodo es $0,7V$ y aplicando mallas:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R} = \frac{5V - 0,7V}{1k\Omega} = 4,3mA$$

Considerando que esta es la corriente I_2 y que los valores iniciales son
 $1mA$ y $0,7V$, aplicamos la ecuación de la diferencia de voltajes para
hallar V_2 :

$$V_2 = V_1 + 2,3nxV_T \log \frac{I_2}{I_1} = 0,7V + 2,3x2x0,025mV \log \frac{4,3mA}{1mA} = 0,772V$$



Ahora se vuelve a calcular la corriente por el diodo con este valor de voltaje:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R} = \frac{5V - 0,772V}{1k\Omega} = 4,228mA$$

Se calcula de nuevo el voltaje para esta corriente

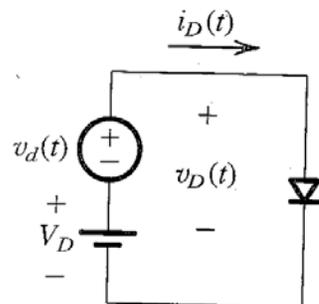
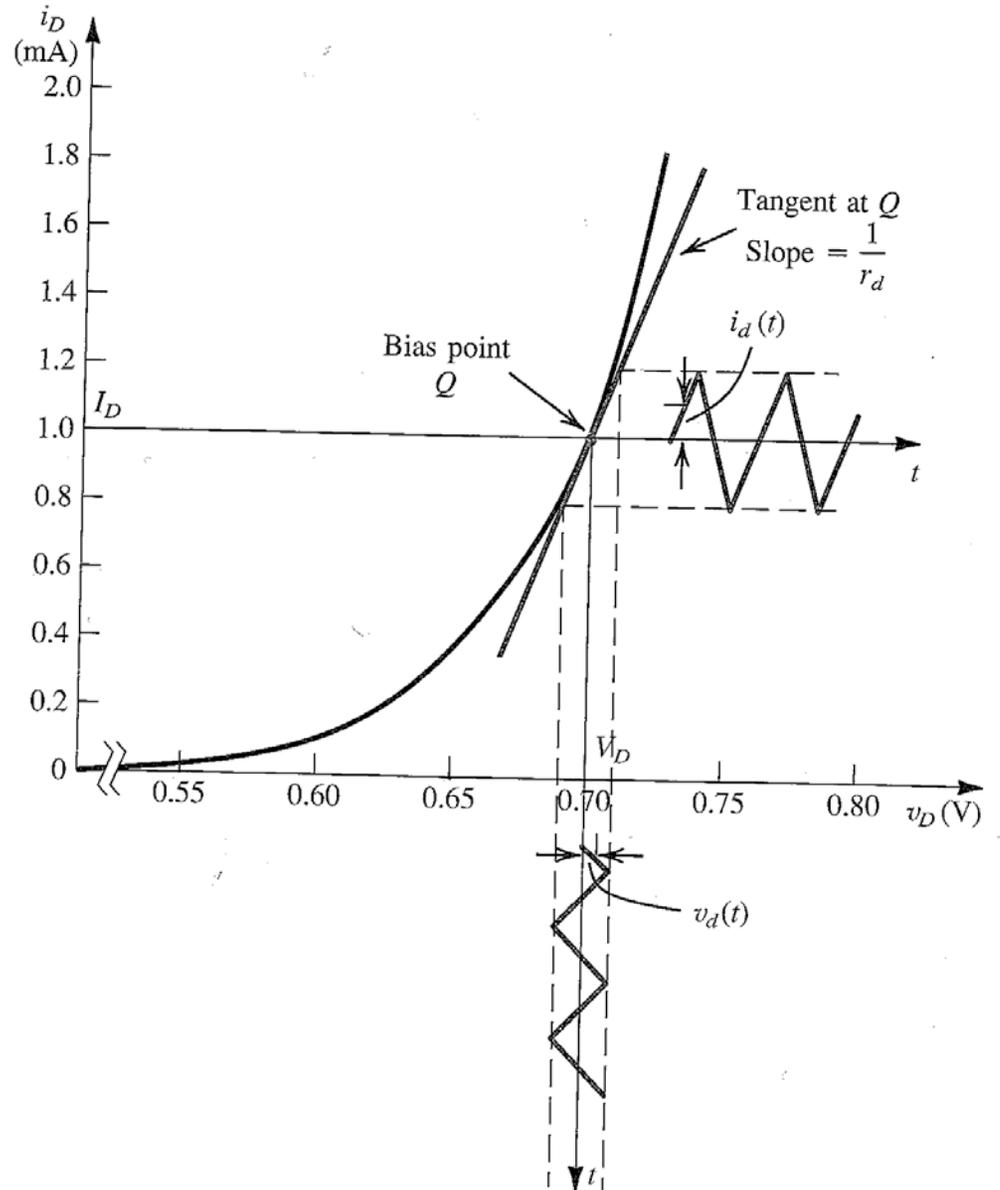
$$V_2 = V_1 + 2,3 \times n \times V_T \log \frac{I_2}{I_1} = 0,7V + 2,3 \times 2 \times 0,025mV \log \frac{4,228mA}{1mA} = 0,772V$$

Da el mismo valor anterior, por lo que éste es el resultado correcto

$$I_D = 4,228 \text{ mA} \quad V_D = 0,772V$$

EL MODELO DE PEQUEÑA SEÑAL

Q: Punto de operación



ANÁLISIS DE PEQUEÑA SEÑAL

Solo con la fuente DC $I_D = I_S e^{V_D/nV_T}$

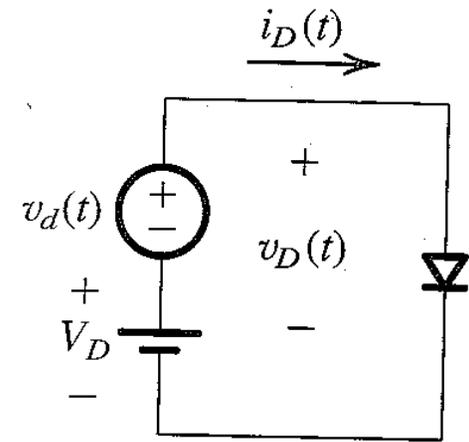
Al aplicar la AC $v_D(t) = V_D + v_d(t)$

Entonces $i_D(t) = I_S e^{v_D/nV_T} = I_S e^{V_D/nV_T} e^{v_d/nV_T} = I_D e^{v_d/nV_T}$

Se mantiene v_d lo suficientemente pequeño para que $\frac{v_d}{nV_T} \ll 1$

Se hace la aproximación $i_D(t) \approx I_D \left(1 + \frac{v_d}{nV_T}\right)$ $i_D = I_D + i_d$

Por lo tanto: $i_d = \frac{I_D}{nV_T} v_d$ $r_d = \frac{nV_T}{I_D}$



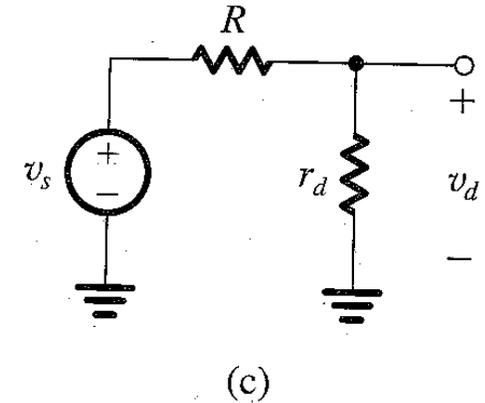
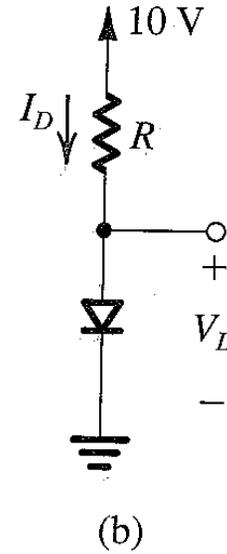
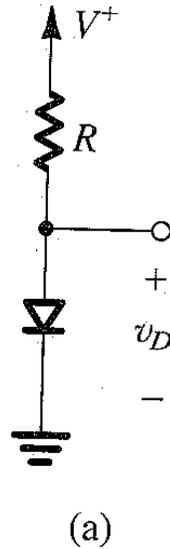
La pendiente de la tangente en el punto de operación Q es el inverso de r_d . Por lo tanto:

$$r_d = 1 / \left[\frac{\partial i_D}{\partial v_D} \right]_{i_D = I_D}$$

El análisis se realiza calculando primero el punto de operación y luego eliminando las fuentes DC y sustituyendo el componente por su modelo de pequeña señal.

PROBLEMA 2:

En el circuito (a), $R = 10\text{k}\Omega$ y la fuente V^+ incluye un voltaje DC de 10 V sobre el que hay una señal de 60 Hz y 1 V (rizado). Calcule el voltaje en el diodo y la amplitud de la señal sinusoidal entre sus terminales si $V_D = 0,7\text{ V}$ para 1 mA y $n=2$.



En (b) está el circuito DC. Con el modelo de la fuente DC de $0,7\text{ V}$:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R} = \frac{10\text{V} - 0,7\text{V}}{10\text{k}\Omega} = 0,93\text{mA}$$

Dado que la corriente ha dado muy próxima a 1 mA , se acepta que el voltaje en el diodo es $0,7\text{V}$.

La resistencia dinámica es $r_d = \frac{nV_T}{I_D} = \frac{2 \times 25 \text{ mV}}{0,93 \text{ mA}} = 53,8 \Omega$

Con este valor se calcula v_d a partir del circuito para pequeña señal:

$$v_d = \Delta V \frac{r_d}{r_d + R} = 1 \text{ V} \frac{53,8 \Omega}{53,8 \Omega + 10.000 \Omega} = 5,35 \text{ mV}$$

Se comprueba si el modelo es válido: $\frac{v_d}{nV_T} = \frac{5,35 \text{ mV}}{2 \times 25 \text{ mV}} = 0,107$

Se puede aceptar como menor que 1

Respuesta: El voltaje en el diodo es 0,7V y la variación de voltaje entre sus terminales es 5,35 mV cuando la fuente tiene una señal de rizado de 1V a 60Hz.

PROBLEMA 3: LIMITADOR CON PUENTE DE DIODOS

Hallar la función de transferencia.
Considerar modelo con 0,7V

Por la resistencia superior: I_a

Por la resistencia inferior: I_b

Por la resistencia de salida: I_o

Para $V_i = 0$

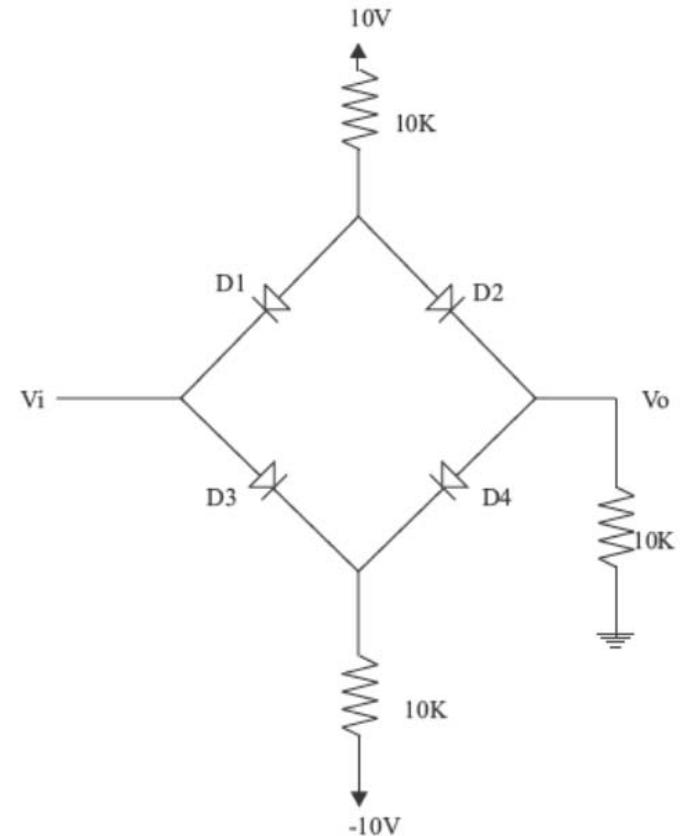
$$I_a = \frac{10V - 0,7V}{10k\Omega} = 0,93mA$$

$$I_b = \frac{10V - 0,7V}{10k\Omega} = 0,93mA$$

Los cuatro diodos conducen

$$I_o = 0$$

$$V_o = V_i$$



Para $V_i = 1V$

$$I_a = \frac{10V - 1V - 0,7V}{10k\Omega} = 0,83mA$$

$$I_b = \frac{10V + 1V - 0,7V}{10k\Omega} = 1,03mA$$

Los cuatro diodos conducen. I_o es suministrada por I_a a través de D_2 .

$$I_o = \frac{1V}{10k\Omega} = 0,1mA$$

$$V_o = V_i = 1V$$

Para $V_i = 2V$

$$I_a = \frac{10V - 2V - 0,7V}{10k\Omega} = 0,73mA$$

$$I_b = \frac{10V + 2V - 0,7V}{10k\Omega} = 1,13mA$$

Los cuatro diodos conducen. I_o es suministrada por I_a a través de D_2 .

$$V_o = V_i = 2V$$

$$I_o = \frac{2V}{10k\Omega} = 0,2mA$$

Al aumentar V_i , I_a disminuye mientras que I_o aumenta.

La corriente I_a podrá suministrar la corriente I_o hasta que para el voltaje de entrada V_x la corriente I_o sea igual a I_a .

$$I_a = \frac{10V - V_x - 0,7V}{10k\Omega} \quad I_o = \frac{V_x}{10k\Omega} \quad 10V - V_x - 0,7V = V_x \quad V_x = 4,65V$$

Para voltajes de entrada mayores el diodo D_1 deja de conducir.

La corriente y el voltaje en la carga van a ser

$$I_o = \frac{10V - 0,7V}{20k\Omega} = 0,465mA \quad V_o = 10k\Omega \times 0,465mA = 4,65V$$

Para V_i mayor que 4,65V la salida queda limitada a 4,65V

Al seguir aumentando V_i , el diodo D_3 sigue conduciendo y el voltaje en el cátodo de D_4 sigue aumentando, pero no el voltaje en el ánodo de dicho diodo, por lo que D_4 también sale de conducción.

Para valores negativos de V_i :

$$\text{Para } V_i = -1V \quad I_a = \frac{10V + 1V - 0,7V}{10k\Omega} = 1,03mA \quad I_b = \frac{10V - 1V - 0,7V}{10k\Omega} = 0,83mA$$

$$V_o = V_i = -1V \quad I_o = \frac{-1V}{10k\Omega} = -0,1mA$$

La corriente I_o es suministrada por I_b a través de D_4 hasta que $-I_o = I_b$

$$-I_o = \frac{V_x}{10k\Omega} \quad I_b = \frac{10V - V_x - 0,7V}{10k\Omega} \quad -V_x = -4,65V$$

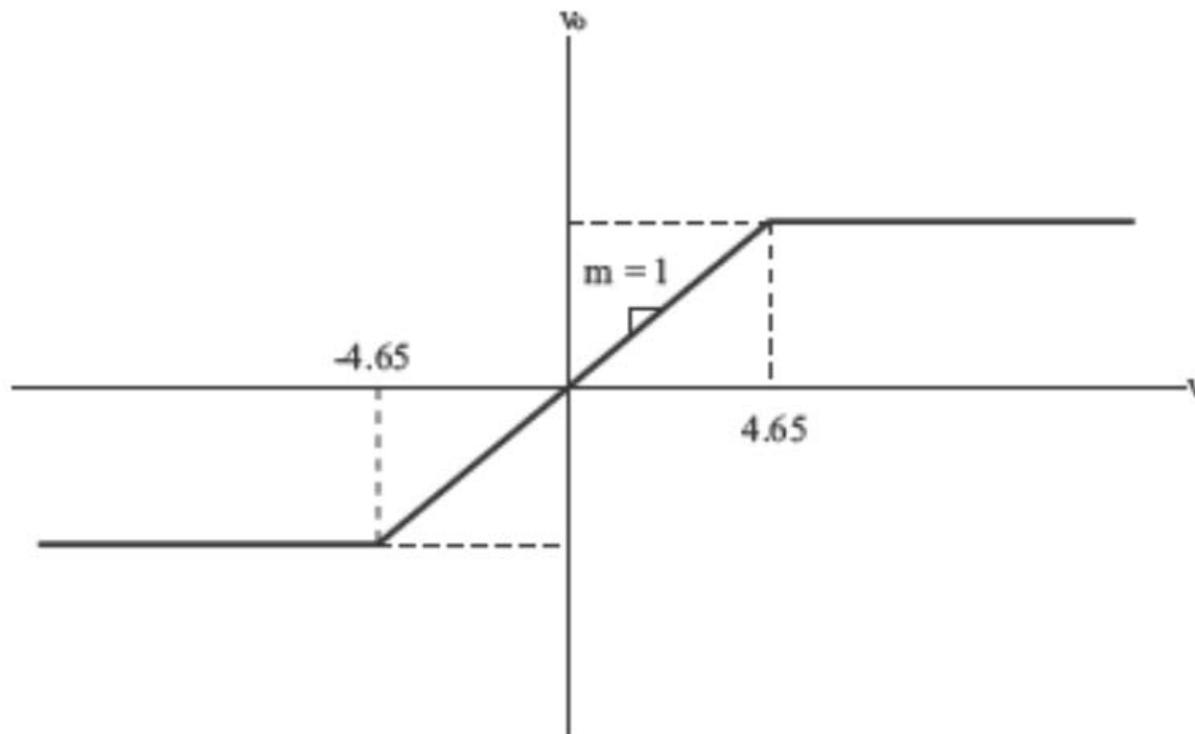
Para voltajes de entrada mayores el diodo D_3 deja de conducir.

La corriente I_b va a ser

$$I_b = \frac{10V - 0,7V}{20k\Omega} = 0,465mA$$

Por lo tanto $I_o = -I_b = 0,465mA$ $V_o = -4,65V$

La función de transferencia es



PROBLEMA 4: FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA CON DIODOS Y ZENERS

**Determinar la característica de transferencia V_o vs. V_i
Considerar modelo con $0,7V$.**

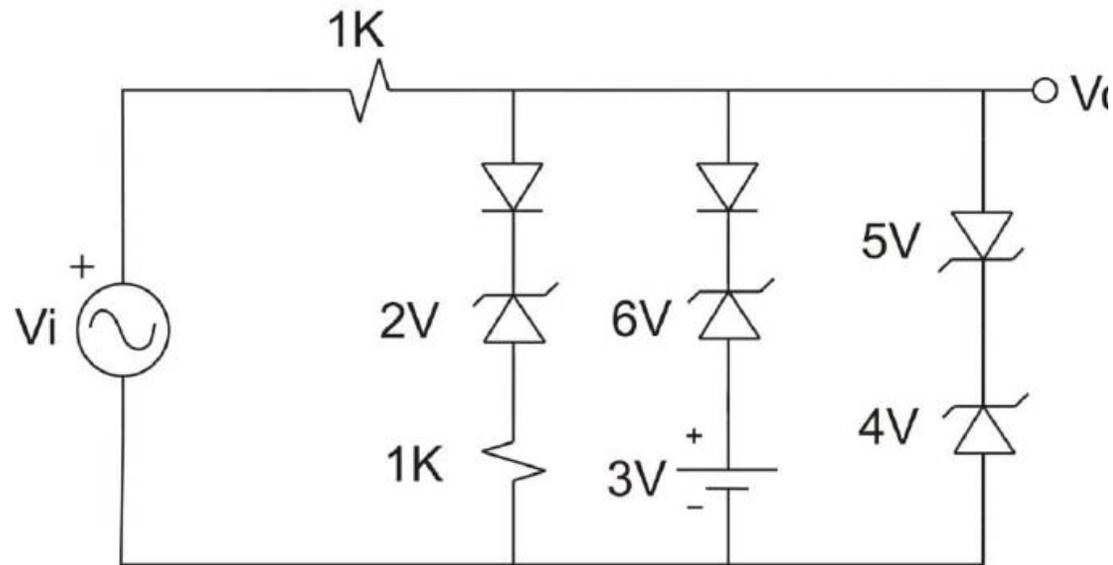
Se analiza cada rama por separado.

*La primera rama se va a activar cuando el voltaje V_o sea mayor a $+2,7V$. No se va a activar cuando el voltaje V_i sea negativo debido al comportamiento de diodo.

*La tercera rama se va a activar cuando el voltaje

positivo V_o sea $+4,7$ y el negativo $-5,7V$ y limita la salida a estos valores

*La segunda rama se activaría cuando V_o llegara a $+9,7V$ pero no va a activarse por la limitación que produce la tercera.



Análisis de la activación de las ramas cuando V_i es positivo

Si V_i es menor que 2,7V se tiene $V_o = V_i$

Cuando V_i sea mayor que 2,7V va a circular corriente dada por:

$$I = \frac{V_i - 2,7V}{2k\Omega}$$

El voltaje V_o será:

$$V_o = 0,7V + 2V + 1k\Omega \times I = 2,7V + V_i/2 - 1,35V \qquad V_o = 1,35V + V_i/2$$

Esta relación se mantiene hasta que $V_o = 4,7V$ lo que ocurre cuando

$$V_i = 2V_o - 2,7V = 6,7V$$

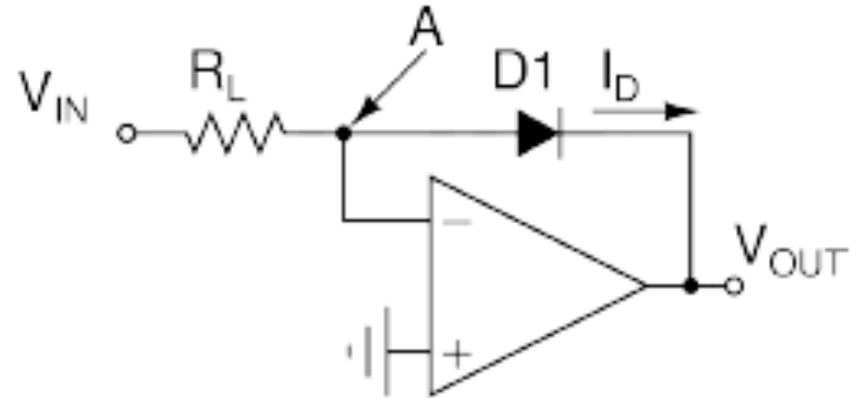
Análisis de la activación de las ramas cuando V_i es negativo

Para que el voltaje V_o llegue a -5,7V el voltaje V_i debe ser -5,7V. Para valores del voltaje de entrada menores se tiene $V_o = V_i$

PROBLEMA 5: AMPLIFICADOR LOGARITMICO

El diodo está en el lazo de realimentación.

El voltaje en el punto A es cero, por lo que la corriente que circula por la R_L es la corriente del diodo. Considerando que en la ecuación del diodo la parte exponencial es mucho mayor que 1:



$$\frac{V_{IN}}{R_L} = I_S \cdot \exp\left(-\frac{V_{OUT}}{N \cdot V_T}\right) \Rightarrow V_{OUT} = -N \cdot V_T \cdot \ln\left(\frac{V_{IN}}{R_L \cdot I_S}\right)$$

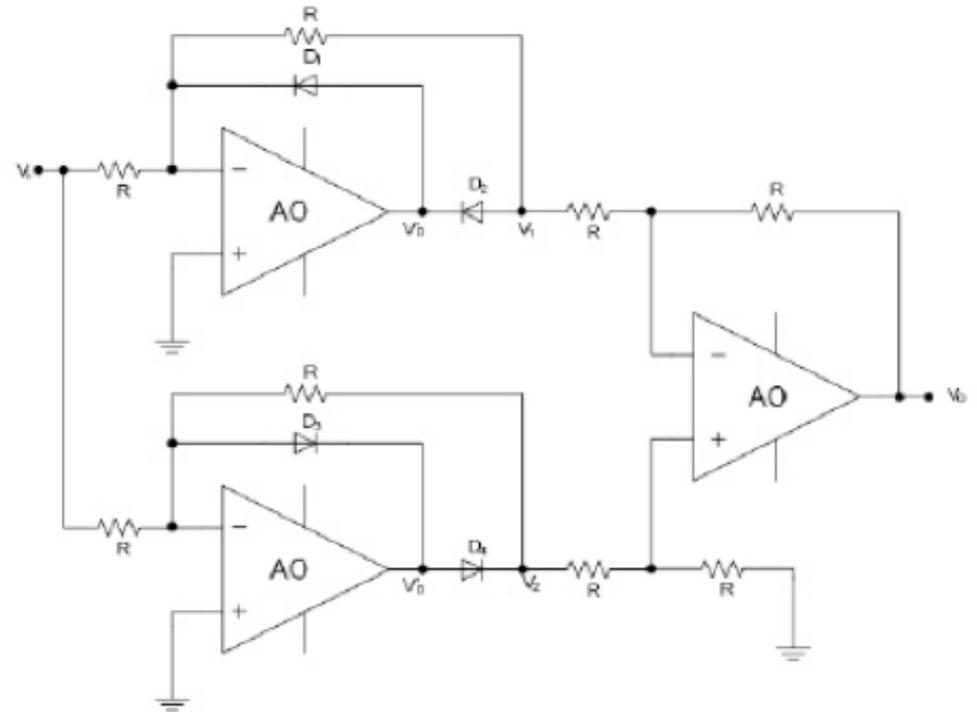
PROBLEMA 6: RECTIFICADOR DE PRECISIÓN DE ONDA COMPLETA

*Este amplificador está constituido por dos rectificadores de precisión de media onda y un amplificador diferencial.

*El circuito inferior elimina los semiciclos positivos de la señal de entrada y produce una salida positiva para los semiciclos negativos.

*El circuito superior elimina los semiciclos negativos de la señal de entrada y produce una salida negativa para los semiciclos positivos.

*El amplificador diferencial produce la combinación de las dos salidas, dando lugar a un rectificador de precisión de onda completa.



RECTIFICADOR DE PRECISIÓN SALIDA POSITIVA

Para $v_I = -0,5V$ (valores negativos)

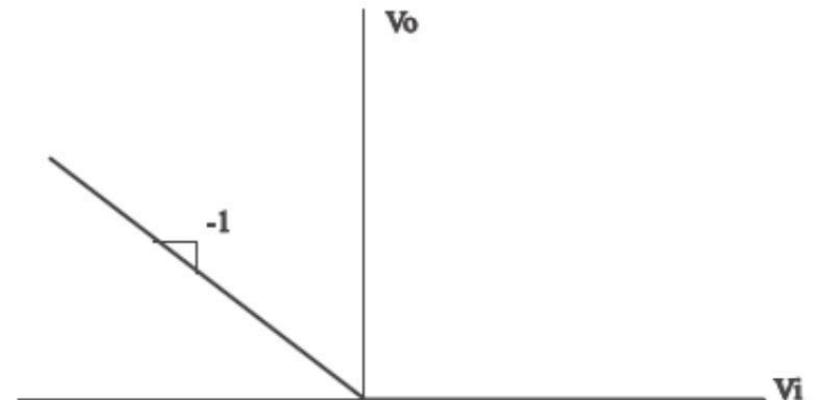
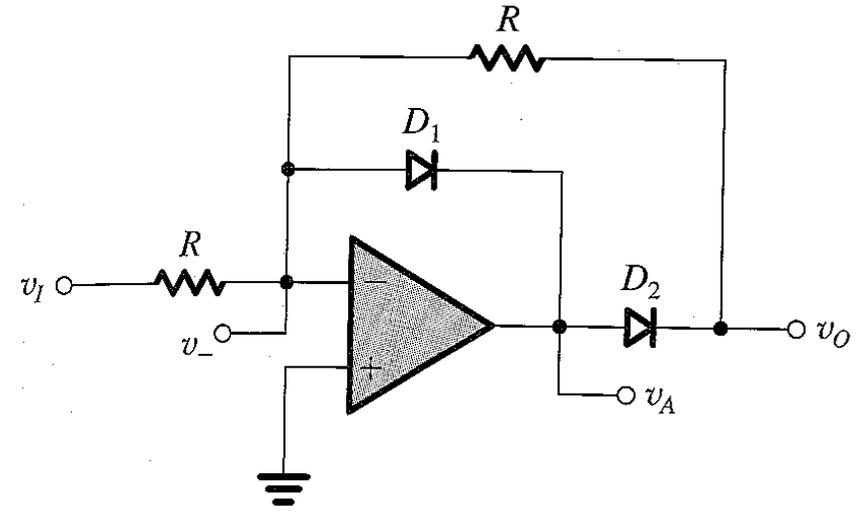
$v_- = 0V$. La corriente por R_{entrada} va hacia la fuente v_I . Suponiendo que D_2 conduce, la corriente por $R_{\text{realimentación}}$ va de la salida a la entrada negativa. Para que la corriente tenga el mismo valor que la de la otra resistencia, $v_o = -v_I = 0,5V$.

Por lo tanto $v_A = v_o + 0,7 V$.

El diodo D_1 no conduce.

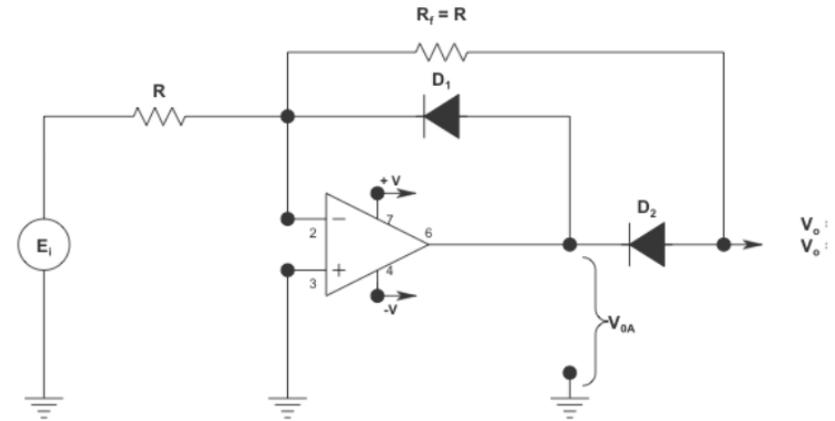
Para $v_I = 0,5V$ (valores positivos)

$v_- = 0V$. La corriente por R_{entrada} va hacia la entrada negativa. D_1 conduce, D_2 no conduce, la corriente por D_1 entra en el operacional, la salida del operacional es $-0,7V$, la salida $v_o = 0V$



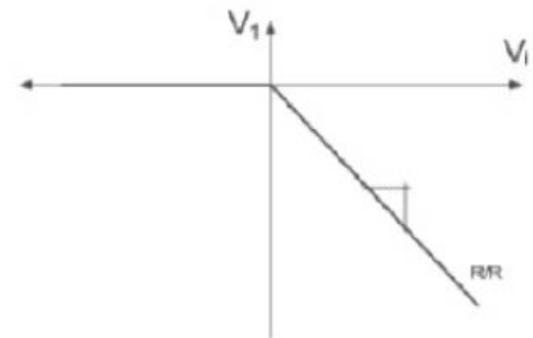
RECTIFICADOR DE PRECISIÓN SALIDA NEGATIVA

Para $v_I = -0,5V$ (valores negativos) $v_- = 0V$. La corriente por $R = R_f$ va hacia la fuente v_I . Suponiendo que D_2 no conduce, el voltaje de salida es cero, el diodo D_1 conduce y suministra la corriente para la resistencia R .



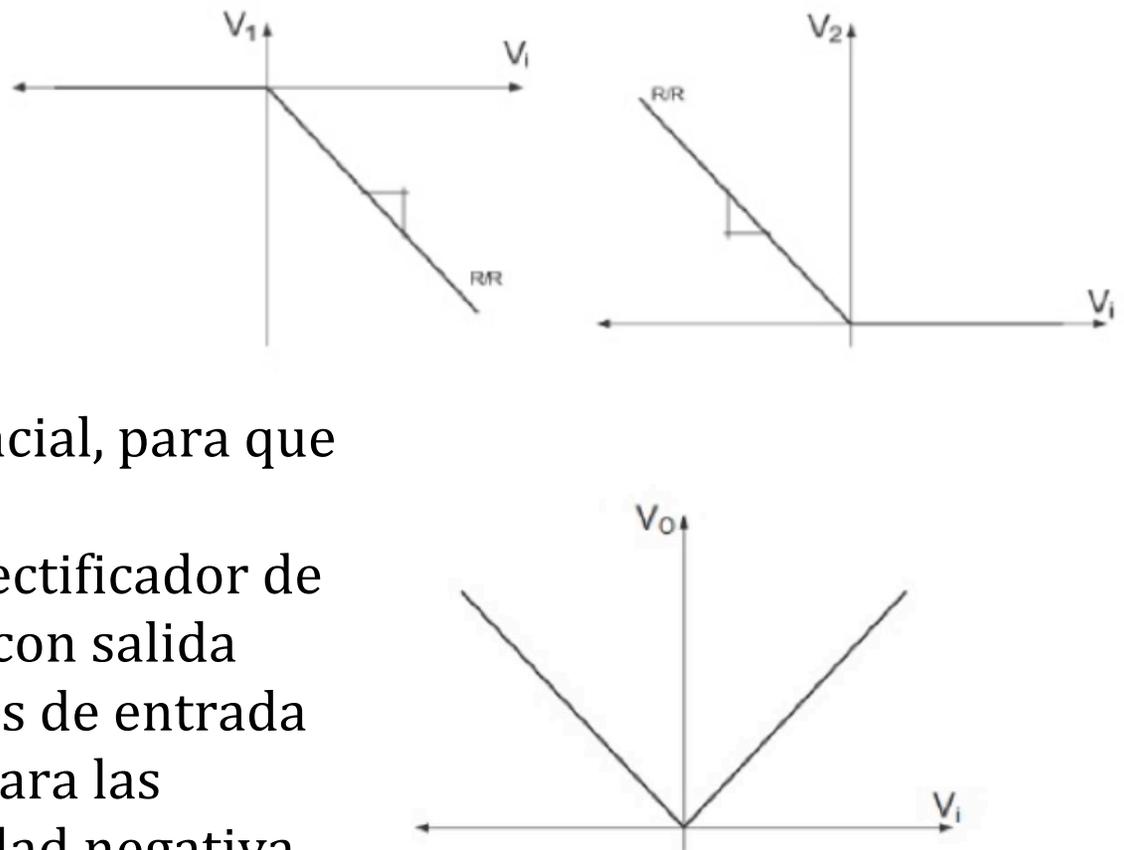
Para $v_I = 0,5V$ (valores positivos) $v_- = 0V$

La corriente por $R_{entrada}$ va hacia la entrada negativa. D_1 no conduce. La corriente circula por R_f de la entrada negativa a V_o , D_2 conduce y la corriente entra en el operacional. Dado que las resistencias son iguales, el voltaje V_o debe ser igual a $-v_I$.



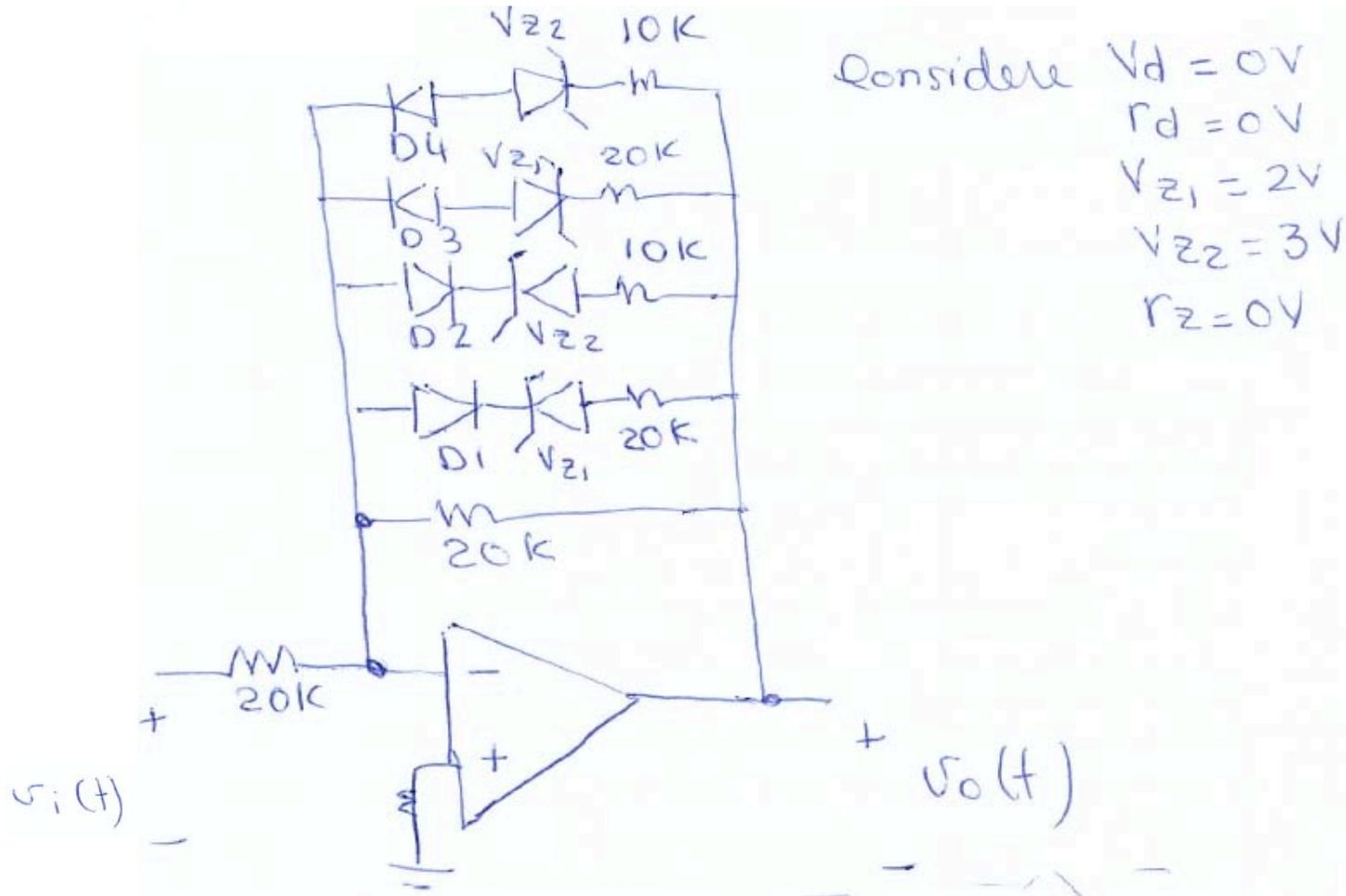
AMPLIFICADOR DIFERENCIAL DE SALIDA DEL RECTIFICADOR DE PRECISIÓN DE ONDA COMPLETA

Las dos señales provenientes de los dos rectificadores de precisión de media onda se aplican a un amplificador diferencial, colocando la salida del rectificador de precisión de salida negativa en la entrada inversora del diferencial, para que invierta su polaridad. De esta forma se obtiene el rectificador de precisión de onda completa, con salida positiva tanto para las señales de entrada de polaridad positiva como para las señales de entrada de polaridad negativa.



PROBLEMA 7: CONFORMADOR DE ONDA

En el siguiente circuito, determine la forma de onda de $v_c(t)$ si $v_i(t)$ es una señal triangular con $V_p = 5V$ y $f = 500\text{ Hz}$



Ecuación general de una recta $y - y_0 = m (x - x_0)$

Voltajes de entrada positivos: Al iniciarse la rampa $v_c(t) = 0$. Ningún diodo conduce.

Amplificador inversor de ganancia $20k\Omega / 20k\Omega = 1$

La función $v_i(t)$ es $v_i(t) = mt$ (rampa) $v_o(t) = -mt$

El período es $T = 1/500\text{Hz} = 2 \text{ ms}$

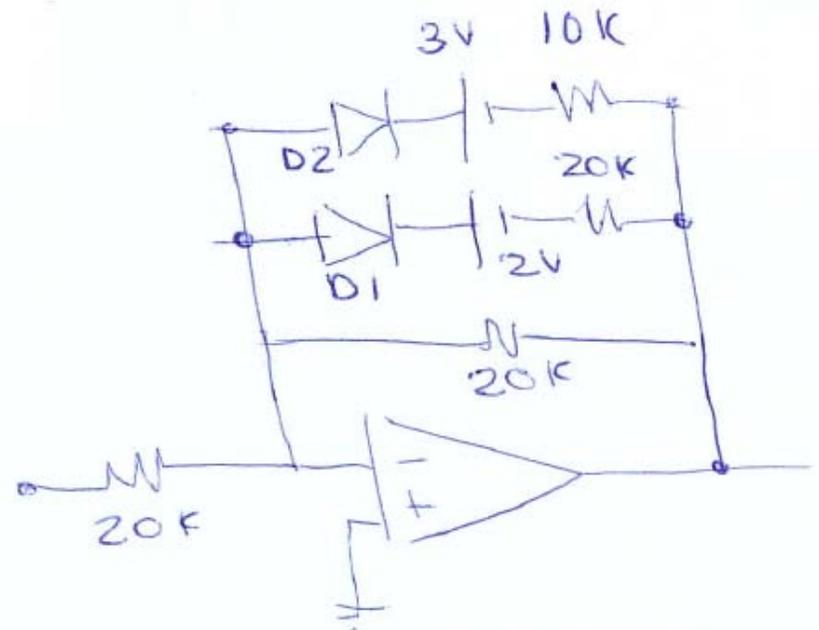
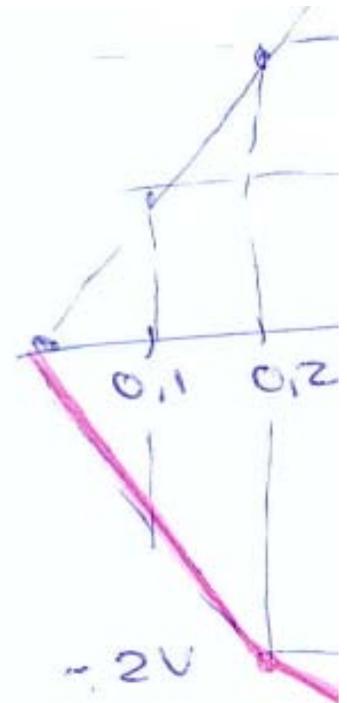
Primer pico máximo de 5V en $T/4 = 0,5 \text{ ms}$

La pendiente inicial de la salida es

$$m = \frac{5V}{0,5ms} = 10 \frac{V}{ms}$$

$$v_i(t) = 10 \frac{V}{ms} t$$

$$v_o(t) = -10 \frac{V}{ms} t$$



Cuando el voltaje de salida llega a -2 V, D1 conduce.

$v_o(t)$ llega a -2V en el tiempo t_1 :

$$-2V = -10 \frac{V}{ms} t_1 \quad t_1 = 0,2ms$$

La resistencia de realimentación es $20k\Omega // 20k\Omega = 10k\Omega$

Amplificador inversor de ganancia $10k\Omega / 20k\Omega = 0,5$

La pendiente de la salida va a ser $m = -5V/ms$

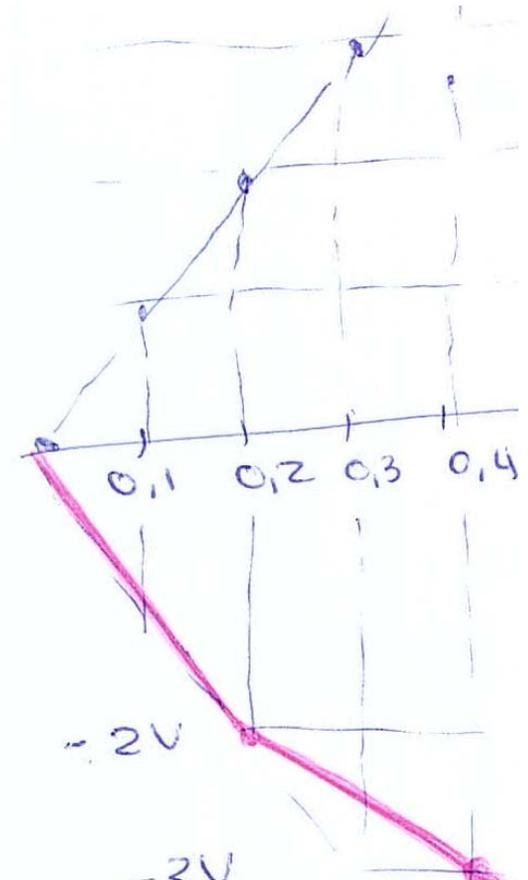
Ecuación del voltaje de salida a partir de 0,2 ms

$$v_o(t) - (-2V) = -5 \frac{V}{ms} (t - 0,2ms)$$

Esta ecuación rige hasta que $v_o(t)$ alcanza los 3V en el tiempo t_2 cuando conduce D2.

$$-3V - (-2V) = -5 \frac{V}{ms} (t_2 - 0,2ms)$$

$$t_2 = 0,4ms$$



Cuando el voltaje de salida llega a $-3V$, D2 conduce.

La resistencia de realimentación es $10k\Omega // 10k\Omega = 5k\Omega$

Amplificador inversor de ganancia $5k\Omega / 20k\Omega = 0,25$

La pendiente de la salida va a ser $m = -2,5V/ms$

Ecuación del voltaje de salida a partir de $0,4 ms$

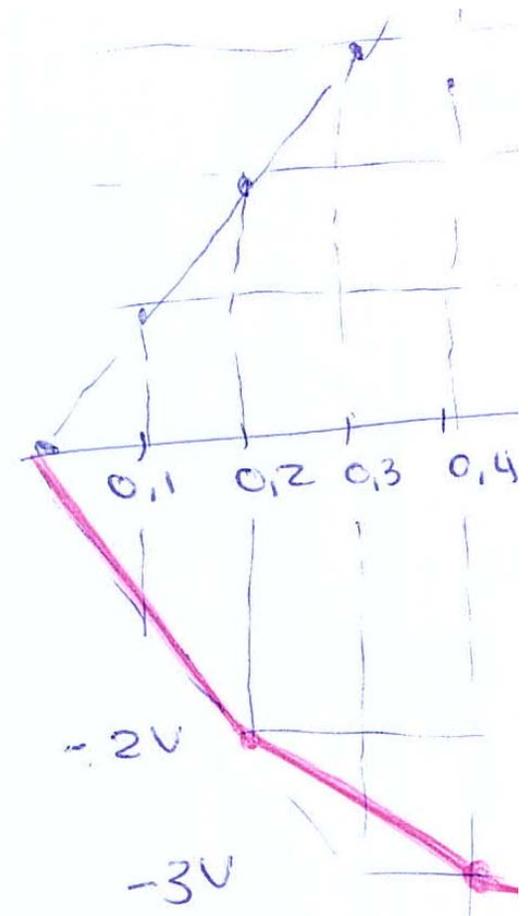
$$v_o(t) - (-3V) = -2,5 \frac{V}{ms} (t - 0,4ms)$$

El valor pico de la señal de entrada se alcanza en $t = 0,5 ms$

El valor de v_o para $t = 0,5 ms$ es

$$v_o(t) - (-3V) = -2,5 \frac{V}{ms} (0,5ms - 0,4ms)$$

$$v_o(t) = -3,25V$$

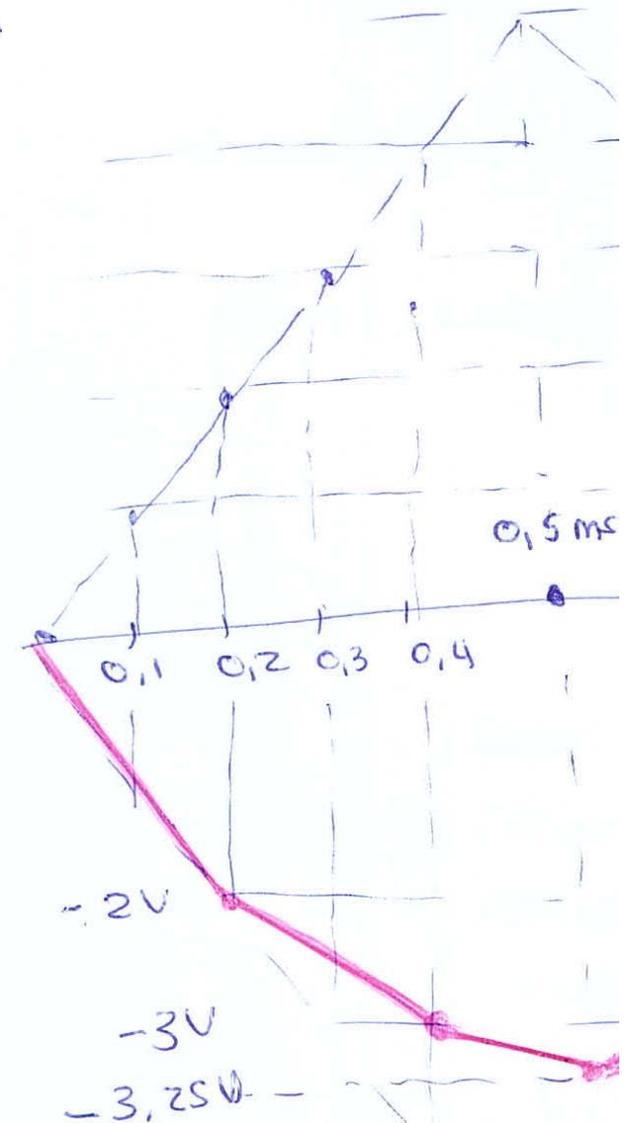


Este es el valor pico de la señal de salida

Al ir disminuyendo $v_i(t)$ la forma de onda de salida se va repitiendo de forma simétrica

Durante el semiciclo negativo de la señal de entrada, la salida es una señal con las mismas características, con valores positivos, ya que los diodos zener tienen los mismos valores de voltajes de zener.

El circuito es un conformador de onda, paara aproximar la salida a una onda sinusoidal.



Forma de onda completa

